

**Aufgabe 1**

Seien  $X$  und  $Y$  stochastisch unabhängig und exponentialverteilt jeweils mit Parameter  $\lambda$ . Zeigen Sie unter Verwendung der Faltungsformel, dass die Zufallsvariable

$$Z := X - Y = X + (-Y)$$

Laplace-verteilt ist.

Hinweis: Die Dichte der Laplace-Verteilung lautet  $f(x) = \frac{1}{2\sigma} e^{-\frac{|x-\mu|}{\sigma}}$ .

**Aufgabe 2**

Seien  $X \sim B(n, p)$  und  $Y \sim B(m, p)$  zwei unabhängige binomialverteilte Zufallsvariablen. Bestimmen Sie anhand der momenterzeugenden Funktion(en) die Verteilung von  $Z = X + Y$ .

**Hinweise:**

Haben zwei Zufallsvariablen die gleiche momenterzeugende Funktion, so folgen sie derselben Verteilung.

Außerdem gilt:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k.$$

**Aufgabe 3**

- (a) Unter  $N$  Losen sind  $n$  Gewinne. Zwei Personen ziehen nacheinander ein Los und behalten dieses. Ist für beide die Wahrscheinlichkeit einen Gewinn gezogen zu haben gleich groß?
- (b) Bei einem Multiple-Choice-Test wird einem Studenten eine Frage gestellt, zu der es  $n$  Antworten gibt. Hat sich der Student vorbereitet, was mit einer Wahrscheinlichkeit von  $p \in (0, 1)$  geschieht, so beantwortet er die Frage korrekt; ansonsten kann er nur raten und wählt zufällig eine der  $n$  Antworten aus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Student vorbereitet war, falls er die Frage richtig beantwortet hat?

#### Aufgabe 4

Von einem bekannten Tennisstar weiß man, dass er mit Wahrscheinlichkeit 0.9 ein Spiel gewinnt, wenn er „mental gut darauf“ ist. Ist dem nicht so, gewinnt er nur mit Wahrscheinlichkeit 0.3. Erfahrungsgemäß ist er in 70% aller Fälle „mental gut drauf“.

- (a) Unser Star hat ein Spiel verloren. Wie sah es demnach mit seiner mentalen Verfassung aus?
- (b) Durch Yoga-Übungen unter Aufsicht eines Psychotherapeuten kann die Wahrscheinlichkeit, „mental gut drauf“ zu sein, gesteigert werden. In welchem Maße muss dies geschehen, damit unser Star sein Spiel mit der Wahrscheinlichkeit von 0.8 gewinnt?

#### Aufgabe 5

- (a) Sei  $X$  eine diskret gleichverteilte Zufallsvariable auf  $\{1, \dots, n\}$ . Berechnen Sie die momenterzeugende Funktion.
- (b) Sei  $Y$  eine stetig gleichverteilte Zufallsvariable auf dem Intervall  $[1, n]$ . Berechnen Sie die momenterzeugende Funktion.