

Korrelation und Regression

Aufgabe 1:

Der folgenden Tabelle kann man die Anzahl der Störche pro Hektar (X) und die Geburtenzahlen pro tausend Einwohner (Y) verschiedener Regionen entnehmen.

| | | | | | | |
|-----------------------------|----|----|----|----|----|----|
| Störche pro Hektar | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 |
| Geburten pro Tausend | 13 | 24 | 43 | 51 | 57 | 77 |

- Zeichnen Sie das zugehörige Streudiagramm!
- Berechnen Sie einen geeigneten Korrelationskoeffizienten!
- Können Sie anhand des Ergebnisses ableiten, dass Störche vielleicht doch die Babies bringen?

Aufgabe 2:

Bei einer Studie zur Situation ausländischer Kinder in deutschen Kindergärten wurden zehn ausländische Kinder eines Münchner Kindergartens untersucht. Dabei interessierte vor allem, welche Bedeutung der Erwerb der deutschen Sprache für die Integration der Kinder in der Gruppe hat. Dabei wurde die Sprachfähigkeit über einen Score (0 bis 20) in einem Sprachtest ermittelt und die Integration der Kinder wurde über einen Integrationsscore (0 bis 10) bestimmt, welcher sich durch die Anzahl der Spielkontakte errechnet. Die Tabelle zeigt die Ergebnisse für die zehn Kinder:

| | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|----|---|----|---|----|---|---|---|---|----|
| Kind | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Ergebnis des Sprachtests | 15 | 4 | 10 | 5 | 20 | 5 | 0 | 3 | 8 | 12 |
| Integrationsscore | 9 | 0 | 8 | 4 | 10 | 2 | 1 | 3 | 4 | 6 |

- Berechnen Sie einen geeigneten Korrelationskoeffizienten!
- Welchen Wert nimmt der Korrelationskoeffizient an, wenn das Kind 4 statt den Werten (5,4) die Werte (7,7) erzielt?

Aufgabe 3¹:

Ein Medikament zur Behandlung von Depressionen steht im Verdacht, als Nebenwirkung das Reaktionsvermögen zu reduzieren. In einer Klinik wurde deshalb eine Studie durchgeführt, an der zehn zufällig ausgewählte Patienten teilnahmen, die das Präparat in verschiedenen Dosierungen verabreicht bekamen. Es ergeben sich die folgenden Werte für die Dosierung X in mg und die dazugehörige Reaktionszeit Y in Sekunden.

| | | | | | | | | | | |
|--------------------------------|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|
| Dosierung (x_i) | 1 | 5 | 3 | 8 | 2 | 2 | 10 | 8 | 7 | 4 |
| Reaktionszeit (y_i) | 1 | 6 | 1 | 6 | 3 | 2 | 8 | 5 | 6 | 2 |

- Was sagt das Streudiagramm über den Zusammenhang von X und Y aus?
- Passen Sie eine Gerade an die beobachteten Datenpunkte an. Berechnen Sie hierfür die KQ-Schätzer, interpretieren Sie diese, und skizzieren Sie die sich ergebende Regressionsgerade, indem Sie auch die Werte der Schätzer eintragen.
- Ein Patient wird mit einer Dosis von 5.5 mg des Medikaments behandelt. Welche Reaktionszeit prognostizieren Sie?

Hinweis:

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 50, \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 336, \sum_{i=1}^{10} y_i = 40, \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 216, \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 262$$

¹angelehnt an: Fahrmeir et al. (2005⁴): „Arbeitsbuch Statistik“, Springer