

**Aufgabe 25** (Lineare Abbildungen zwischen Vektorräumen)

Gegeben sei die lineare Abbildung  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit

$$f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

sowie die Basen  $A = \{a_1, a_2, a_3\}$  und  $B = \{b_1, b_2\}$  mit

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

bzw.

$$b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad b_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die entsprechende Matrixdarstellung von  $f$  sowie  $f_B(x)$  wenn  $x = (1, 2, 0)'$ .

**Aufgabe 26** (Norm, Metrik)

a) Zeigen Sie, dass durch

$$\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$$

eine Norm auf  $\mathbb{R}^n$  definiert wird, wobei  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)'$ .

b) Überprüfen Sie, ob die folgende Abbildung eine Metrik ist:

$$\begin{aligned} d : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R}, \\ (x, y) &\rightarrow \max\{|x_1 - y_1|, 2|x_2 - y_2|\} \end{aligned}$$