Mathematische Grundlagen für Nebenfachstudierende

Übungsblatt 5 **(Schneider, Plaß)** **Wintersemester 13/14**

Aufgabe 16 (Lösen von linearen Gleichungssystemen)

Gegeben sei das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} I.)\quad & x_1 \qquad - x_2 + 2x_3 = 0 \\ II.)\quad & -2x_1 + x_2 - 6x_3 = 0 \\ III.)\quad & x_1 \qquad\qquad - 2x_3 = 3 \end{aligned}$$

a) Schreiben Sie das Gleichungssystem in Matrixnotation der Form **Ax**=c.

b) Welche *elementaren Matrixoperationen* können herangezogen werden, um die zugrundeliegende Matrix **A** auf Dreiecksgestalt zu reduzieren?

c) Lösen Sie das Gleichungssystem, indem Sie die Matrix **A** auf Dreiecksgestalt bringen.

Aufgabe 17 (Der Vorteil der Dreiecksgestalt)

Betrachten Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & \frac{3}{5} & 7 \\ 0 & 2 & 8 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

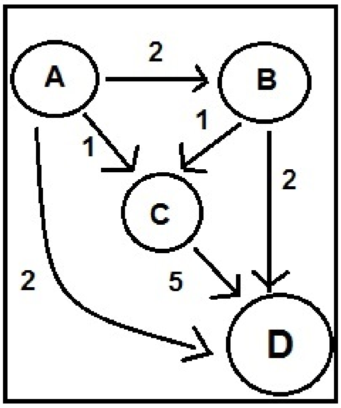
.

a) Wie nennt man das hier aufgeführte Gleichungssystem?

b) Nennen Sie Vorteile eines linearen Gleichungssystems mit Koeffizientenmatrix in Dreicksgestalt? Gehen Sie dabei auch auf den hier vorliegenden Fall ein.

Aufgabe 18 (Anwendungsbeispiel: Fertigungsprozess eines Produktes)

Harry Potter muss im Rahmen seiner Mission 30 Kessel eines Drachenbekämpfungstrankes D herstellen. Hierfür stehen ihm die erforderlichen Zutaten Algen A, Berberitzen B und Chamäleonblut C zur Verfügung, wobei er diese Zutaten wiederum durch die anderen Produkte und Zauberei gewinnen kann. Genauer lässt sich der Brauprozess eines Kessels von D auch folgendermaßen veranschaulichen:



a) Verbalisieren Sie die gegebenen Informationen der graphischen Veranschaulichung und stellen Sie die erforderliche Anzahl der Zutaten in Abhängigkeit der jeweils anderen dar.

b) Schreiben Sie das zugrundeliegende Gleichungssystem auf.

c) Wie groß ist der Gesamtbedarf aller Zutaten, wenn man 30 Kessel Drachenbekämpfungstrank herstellen möchte?

Aufgabe 19 (Algorithmus zur Reduzierung auf Dreiecksgestalt)

Reduzieren Sie folgende 5×5 - Matrix auf Dreiecksgestalt. Nutzen Sie hierfür explizit den im Matrixalgebra-Skript beschriebenen Algorithmus 1.1 (Siehe Seiten 28 ff., insbesondere auch Beispiel 1.18.).

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

.