Aufgabe 34 (Eigenwerte und Eigenvektoren)

Gegeben sei die folgende Matrix:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$$

a) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom von $\mathbf{A}$.

b) Bestimmen Sie die Eigenwerte von $\mathbf{A}$.

c) Bestimmen Sie für jeden Eigenwert einen Eigenvektor und damit eine Basis des zugehörigen Eigenraums.

d) Ist $\mathbf{A}$ invertierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

e) Bestimmen Sie A^{-1}. Wie lauten die zugehörigen Eigenwerte?

Aufgaben zu eueren Wunschthemen:

Aufgabe 35 (Vollständige Induktion)

Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für $n \in \mathbb{N}$ und $n \geq 1$ folgende Aussage gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = (\frac{n \cdot (n+1)}{2})^2.$$

Aufgabe 36 (Unterraum)

Untersuchen Sie, ob es sich bei den folgenden Mengen um Unterräume des $\mathbb{R}^2$ handelt:

- $U_1 = \{(x,y)' \in \mathbb{R}^2 | y = x^2\}$
- $U_2 = \{(x,y)' \in \mathbb{R}^2 | x \leq y\}$
- $U_3 = \{(x,y)' \in \mathbb{R}^2 | y = 2x\}$ (Zum Selbststudium - vgl. Aufgabe 21 auf Blatt 6)