

Aufgabe 1

Sei $A = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ und $B = \{\alpha, a\}$.

- a) Schreiben Sie $A \cup B$ und $A \cap B$ explizit als Mengen. Geben Sie zudem die Menge $A \cap \emptyset$ an.
- b) Geben Sie $|A|$ und $|B|$ an.
- c) Bilden Sie die Potenzmenge von B und die Potenzmenge von A .
- d) Bilden Sie das kartesische Produkt $A \times B$. Wie viele Elemente hat die Potenzmenge dieser resultierenden Menge.

Aufgabe 2

A und B seien Mengen. Zeigen Sie, dass

- a) $A \cap B = B \cap A$
- b) $A \setminus B = A \cap \bar{B}$
- c) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
- d) $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.

Machen Sie sich dies jeweils auch anhand eines Venn-Diagramms klar.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die folgenden reellen Funktionen:

$$f_1(x) = 3x^2 + 1, \quad f_2(x) = e^{-2x} \quad \text{und} \quad f_3(x) = \log(x).$$

- a) Sind die Abbildungen jeweils injektiv, surjektiv oder gar bijektiv?
- b) Bestimmen Sie die inverse Abbildung von f_2 .
- c) Wie lautet die verkettete Funktion $f_3 \circ f_1$?
- d) Bestimmen Sie das vollständige Urbild von $V = [0, 1]$ unter f_3 .

Aufgaben zur Ergänzung des Vorlesungsstoffes

Spezielle Zahlenmengen

Aufgabe 4

Welche Zahlenmengen werden mit \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} und \mathbb{R} bezeichnet? Erklären Sie diese kurz und stellen Sie deren Beziehung schematisch dar.

Intervalle

Aufgabe 5

Betrachten Sie folgende Tabelle.

Schreibweise	Mengenschreibweise	Bezeichnung (in Worten)
$[a, b]$		
$]a, b[$		
$]a, b]$		
$[a, b[$		
$] - \infty, \infty]$		
$] - \infty, a]$		
$] - \infty, a[$		
$[a, \infty]$		
$]a, \infty]$		

- Ergänzen Sie für alle gegebenen Intervalle die entsprechende Mengenschreibweise sowie die Bezeichnung (in Worten).
- Betrachten Sie die beschränkten Intervalle: Ist $a = b$ möglich?