Aufgabe 1

Zeigen Sie: Sei g eine messbare Funktion und seien X und Y unabhängige reelle Zufallsvariablen auf einem gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsraum, dann sind auch die Zufallsvariablen $g(X)$ und $g(Y)$ unabhängig.

Aufgabe 2

Stellen Sie ein Produktmaß $\lambda_1 \otimes \lambda_2$ auf einem Produktmessraum $(\Omega_1 \times \Omega_2, \mathcal{A}_1 \otimes \mathcal{A}_2)$ als gemeinsame Verteilung bezüglich eines Markov-Kerns und eines Wahrscheinlichkeitsmaßes dar.

Aufgabe 3

Beweisen Sie zu Satz 10.7 bzw. Satz 10.9 die Teile [1] - [5] bzw. a) - e) aus dem alten bzw. aktualisierten Skript.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Bedingte Erwartung einer Zufallsvariablen X, die Cauchy-verteilt ist mit Skalenparameter 1, auf einer von den disjunkten Mengen $A, B \in \Omega$ erzeugten σ-Algebra, wobei deren Elemente keine Nullmengen sind.