Lösungsnotizen Aufgabe 18 Forts. A 14

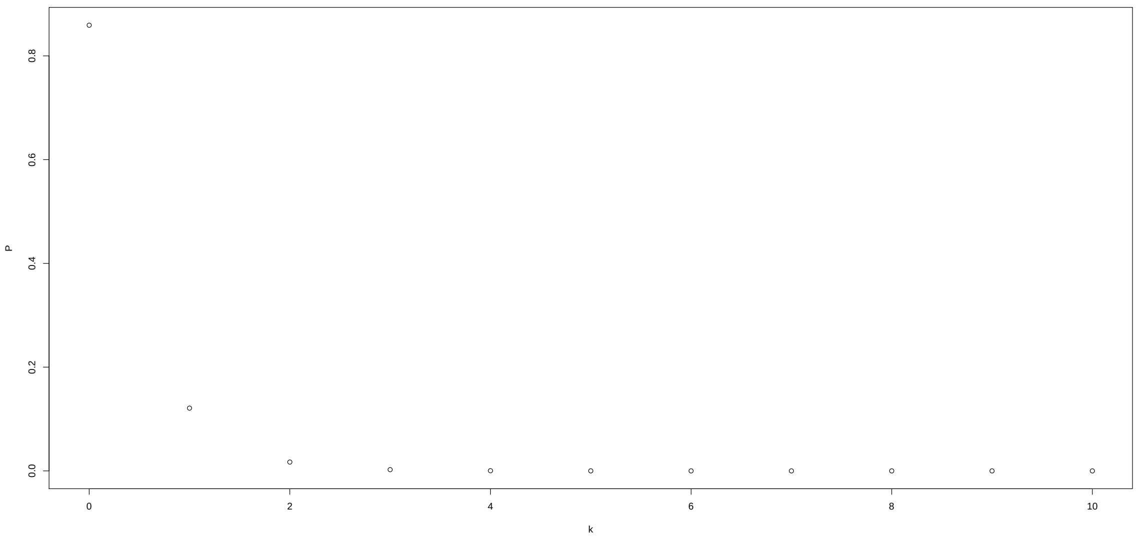
a) $X_1, \ldots, X_n \sim Po(\lambda)$, d.h. $P(X_i = x) = \frac{\lambda^x}{x!} \exp(-\lambda)$ für $x \in 0, 1, 2, \ldots$ mit $\lambda = 1.96$.

gesucht: $P(X_1 = 0 \;\&\; X_2 = 0 \;\&\; \ldots \;\&\; X_k = 0 \;\&\; X_{k+1} \neq 0)$

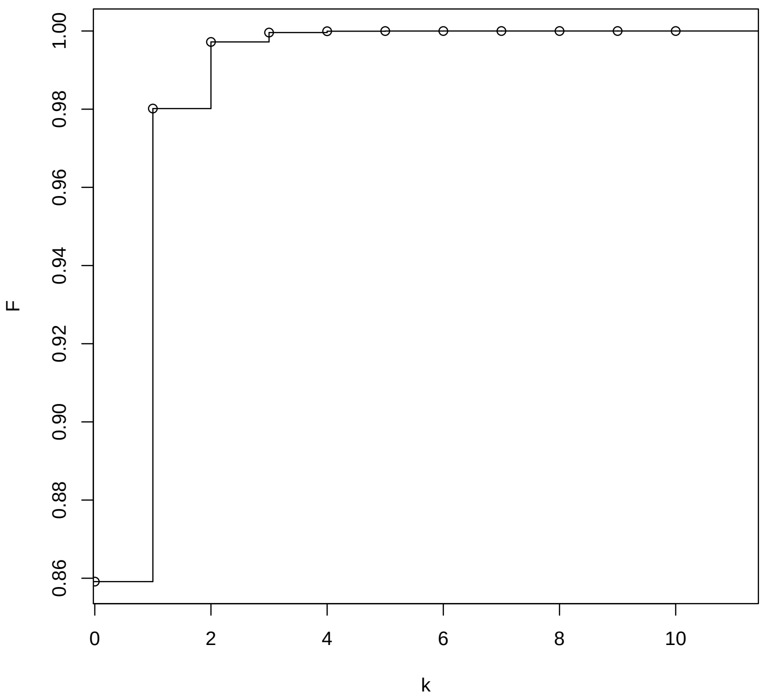
Lösung:

$$
\begin{aligned}
P(X_1 = 0 \;\&\; X_2 = 0 \;\&\; \ldots \;\&\; X_k = 0 \;\&\; X_{k+1} \neq 0)& \\
&= P(X_1 = 0) \cdot P(X_2 = 0) \cdot \ldots \cdot P(X_k = 0) \cdot P(X_{k+1} \neq 0) \\
&= \frac{\lambda^0}{o!} \exp(-\lambda) \cdot \ldots \cdot \frac{\lambda^0}{o!} \exp(-\lambda) \cdot (1 - \frac{\lambda^0}{o!} \exp(-\lambda)) \\
&= (\exp(-\lambda))^k \cdot (1 - \exp(-\lambda))
\end{aligned}
$$

k	$P(X_1 = 0\& \ldots \& X_{k+1} \neq 0)$ in Prozent
0	85.91
1	12.1
2	1.7
3	0.24
4	0.03
5	0.005
6	0.0007
7	0.0001
8	0.00001
9	0.000002
10	0.0000003



b)



c) $P(k) = (1 - \exp(-\lambda)) \cdot \exp(-\lambda k) = \text{Konstante} \cdot \exp(-\lambda k)$ (siehe a) hat qualtiativ gleichen Verlauf wie die Dichte der Exponentialverteilung $f(k) = \lambda \cdot exp(-\lambda k) = \text{Konstante} \cdot \exp(-\lambda k)$, nur dass die Exponentialverteilung stetig ist.