Statistik II für Studierende der Soziologie und Nebenfachstudierende
(Küchenhoff, Brandt, Schollmeyer)

Sommersemester 13 **Übungsblatt 6**

Aufgabe 15

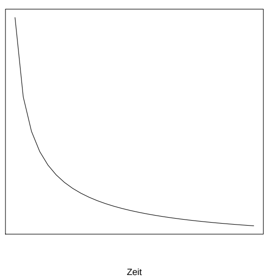
(a) Ordnen Sie die folgenden drei Aussagen den passenden skizzierten Hazardraten zu und geben Sie das Ereignis an, dessen Risiko hier modelliert wird.

A: Im Laufe der ersten sieben Ehejahre steigt das Risiko einer Trennung kontinuierlich an. Hat ein Paar das siebte Jahr jedoch gemeinsam überstanden, nimmt das Risiko wieder ab.

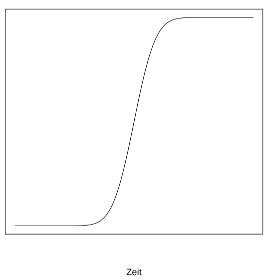
B: Viele elektronische Geräte sind so konstruiert, dass sie nur selten während der Garantiezeit kaputt gehen, nach deren Ablauf jedoch schnell mit umso höherem Risiko.

C: Je länger eine Person arbeitslos ist, umso schwieriger ist es für sie, eine neue Arbeit zu finden.

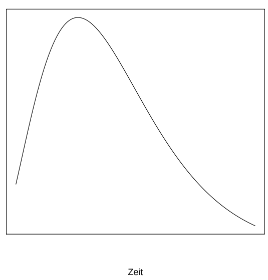
Graph 1



Graph 2



Graph 3



(b) Die Dichtefunktion zur in Graph 1 skizzierten Hazardrate lautet

$$f(t) = 0.5 \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{t}} \exp\Big(-\sqrt{\lambda t}\Big)$$

für $t > 0$, die Verteilungsfunktion

$$F(t) = 1 - \exp\Big(-\sqrt{\lambda t}\Big).$$

Berechnen Sie die Hazardrate!

Aufgabe 16

Formulieren Sie den Hauptsatz der Statistik in Ihren eigenen Worten. Gehen Sie dabei explizit auf alle vorkommenden Größen und alle Voraussetzungen des Hauptsatzes ein.

Aufgabe 17 Approximation der Binomialverteilung

Sei $X \sim B(n, \pi)$ eine binomialverteilte Zufallsgröße. Für die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung gibt es verschiedene Faustregeln, ab wann diese Approximation gut ist, z.B.

$$n \cdot \pi \geq 5 \text{ und } n \cdot (1 - \pi) \geq 5$$
$$n \cdot \pi(1 - \pi) \geq 9$$

Ob die Approximation hinreichend genau ist, hängt dabei insbesondere vom substanzwissenschaftlichen Kontext ab.
Durch die Approximation der *diskreten* Binomialverteilung durch die *stetige* Normalverteilung geht der diskrete Charakter der Binomialverteilung verloren. Man erhält als Approximation $P(X = x) \approx 0$ für jedes $x \in N$, was gerade für mittleres n unerwünscht ist.
Deshalb benutzt man in diesem Fall die **Stetigkeitskorrektur** und setzt bei ganzzahligem $x \in N$ anstelle des Ereignisses $\{X = x\}$ immer dass Ereignis $\{x - 0.5 \leq X \leq x + 0.5\}$ und anstelle des Ereignisses $\{X \leq x\}$ das Ereignis $\{X \leq x + 0.5\}$ in die entsprechenden Gleichungen ein, wodurch sich insbesondere die Korrektur:

$$P(X \leq x) = P(X \leq x + 0.5)$$

ergibt.
Man erhält dadurch als bessere Approximation

$$P(X \leq x) \approx \Phi\left(\frac{x + 0.5 - n\pi}{\sqrt{n\pi(1 - \pi)}}\right)$$

$$P(X = x) \approx \Phi\left(\frac{x + 0.5 - n\pi}{\sqrt{n\pi(1 - \pi)}}\right) - \Phi\left(\frac{x - 0.5 - n\pi}{\sqrt{n\pi(1 - \pi)}}\right)$$

Benutzen Sie eine Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung mit Stetigkeitskorrektur, um die folgende Beispielaufgabe zu lösen (Gehen Sie dabei auch auf die obengenannten Faustregeln ein):

Ein Politiker ist von einer gewissen umstrittenen Maßnahme überzeugt und überlegt, ob es taktisch geschickt ist, zur Unterstützung der Argumentation eine Mitgliederbefragung zu dem Thema durchzuführen. Er wählt dazu 200 Mitglieder zufällig aus und beschließt, eine Mitgliederbefragung zu „riskieren“, falls er in der Stichprobe mindestens 52% Zustimmung erhält.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, in der Stichprobe mindestens 52% Zustimmung zu erhalten, obwohl der wahre Anteil nur 48% beträgt?

Aufgabe 18 **Zusatzaufgabe**, Fortsetzung von Aufgabe 14 von Blatt 5

a) Berechnen Sie unter den Annahmen von Aufgabe 14 b) von Übungsblatt 5 die Wahrscheinlichkeit dafür, dass erst im $k+1$-ten Jahr nach 1869 der erste Junge einen Selbstmord begeht.

b) Zeichnen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion und die Verteilungsfunktion in einem Bereich von $k = 0$ bis $k = 10$.

c) Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit der Dichtefunktion der Exponentialverteilung.