

Lösungsnotizen Aufgabe 13

- b) (i) Grundraum: $\Omega = \{T_1, T_2\} = \{p = 0.8, p = 1/6\}$.
A-priori-Wahrscheinlichkeiten: $P(T_1) = 1/4, P(T_2) = 3/4$.
- (ii) A-posteriori-Wahrscheinlichkeiten:
 $P(T_1) = 0.996 \implies P(T_2) = 1 - 0.996 = 0.004$.
(vergleiche A 13 a) (ii))
- (iii)

$$\begin{aligned} P(\text{Tor}) &= P(\text{Tor} | T_1) \cdot P(T_1) + P(\text{Tor} | T_2) \cdot P(T_2) \\ &\approx 0.8 \cdot 0.996 + \frac{1}{6} \cdot 0.004 \approx 0.797 \end{aligned}$$

- (iv) In Fall a) kann der Begriff Wahrscheinlichkeit *frequentistisch* interpretiert werden. Die Wahrscheinlichkeit $P(\text{Würfel gezinkt} | 7 \text{ mal } 6 \text{ geworfen})$ kann als relative Häufigkeit bzw. als Grenzwert einer relativen Häufigkeit aufgefasst werden: Wenn man sehr oft zufällig eine Person auswählt und dann 10 Runden spielen lässt, so wird sich (sehr wahrscheinlich) in allen Runden, wo die Person in genau 7 von 10 Runden eine 6 gewürfelt hat die relative Häufigkeit dafür, dass die Person den gezinkten Würfel bekommen hat als etwa 0.996 herausstellen.

Im Fall b) ist die Wahrscheinlichkeit, die ein Experte angibt, *subjektivistisch* zu interpretieren. Im Gegensatz dazu sind alle Wahrscheinlichkeiten, die in a) betrachtet werden zumindest in einem praktischen Sinne prinzipiell empirisch überprüfbar und nicht prinzipiell an ein Subjekt gebunden (Ob z.B. der gezinkte Würfel mit Wahrscheinlichkeit von $p=0.8$ eine 6 würfelt könnte man überprüfen, indem man den Würfel sehr oft wirft und die relative Häufigkeit einer 6 betrachtet. Weicht diese sehr stark von 0.8 ab, so kann die Behauptung $p = 0.8$ aufgegeben werden. Was 'sehr oft' und 'sehr stark' hier genau heißt ist jedoch nicht objektiv gegeben. Insbesondere wenn man einen infiniten Frequentismus vertritt ist die Hypothese $p = 0.8$ in einem strengen Sinne weder verifizierbar noch falsifizierbar.)

Weiterhin wurde bei b) die implizite Annahme gemacht, dass eine der Theorien die richtige Theorie ist, was durchaus problematisch ist. In Fall a) würde diese Annahme der Annahme entsprechen, dass die 4 beschriebenen Würfel wirklich die beschriebenen Eigenschaften haben (was natürlich auch problematisch ist).