Statistik II für Studierende der Soziologie und Nebenfachstudierende
(Küchenhoff, Brandt, Schollmeyer)

Sommersemester 13 **Übungsblatt 4**

Aufgabe 8 (Klausuraufgabe SoSe 2012)

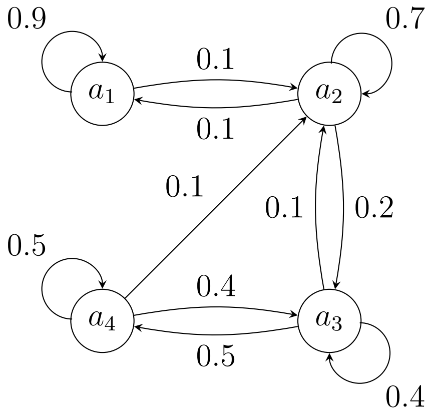
Für die Modellierung des Verkehrszustands auf einem Autobahnabschnitt werden folgende vier Zustände unterschieden:

a_1: kein Verkehr

a_2: frei fließender Verkehr

a_3: stockender Verkehr

a_4: Stau



Ein Zeitschritt soll dabei 30 Minuten entsprechen.

a) Stellen Sie aus den Angaben im Graphen die Übergangsmatrix auf.

b) Welche Möglichkeiten gibt es, in zwei Schritten von Zustand a_4 auf Zustand a_2 zu wechseln?

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, in zwei Schritten von Zustand a_4 auf Zustand a_2 zu wechseln.

d) Wie groß ist in diesem Modell die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein (gerade entstandener) Stau zwei Stunden lang (durchgehend) bestehen bleibt?

Aufgabe 9

Ein Labor hat einen Alkoholtest entworfen, der von der Polizei genutzt wird. Vom Test ist bekannt, dass

- in 95% der Fälle der Test positiv reagiert, wenn die Person tatsächlich betrunken ist
- in 97% der Fälle der Test negativ reagiert, wenn die Person nicht betrunken ist.

Aus den bisherigen Erfahrungen weiß man, dass 60% der kontrollierten Personen tatsächlich betrunken sind.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person tatsächlich betrunken ist, wenn der Test positiv reagiert?

Aufgabe 10

Ein Zufallsexperiment besteht im Werfen einer Münze mit $\Omega = \{\text{‚Kopf‘}, \text{‚Zahl‘}\}$. Das Experiment wird durch die Zufallsgröße X beschrieben mit

$$\begin{aligned} \{X = 1\} &= \text{‚Kopf‘}, \qquad & P(\{X = 1\}) &= p\,, \\ \{X = 0\} &= \text{‚Zahl‘}, \qquad & P(\{X = 0\}) &= 1 - p\,. \end{aligned}$$

Nun werde die Münze unabhängig viermal hintereinander geworfen, wobei der i-te Wurf durch die Zufallsvariable $X_i\,, i = 1, \ldots, 4$ beschrieben wird.
Die Zufallsvariable Z wird definiert als $Z := \sum_{i=1}^{4} X_i$.

a) Interpretieren Sie die Zufallsvariable Z.

b) Welche Werte kann Z annehmen?

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für alle möglichen Werte von Z.

d) Zeichnen Sie die Verteilungsfunktion von Z für $p = \frac{1}{2}$ und $p = \frac{1}{3}$.

e) Bestimmen Sie aus den Verteilungskfunktionen für $p = \frac{1}{2}$ und $p = \frac{1}{3}$ die Wahrscheinlichkeiten, mindestens zwei Mal Kopf zu erhalten.