Übungsblatt 9

Aufgabe 1: Sind die folgenden Funktionen homogen? Welche Skalenerträge weisen sie in diesem Fall auf? (Hinweis: Sie können die Funktionen als Produktionsfunktionen verstehen, d.h. $x, y > 0$ sind Inputfaktoren.)

a) $f(x,y) = 2\sqrt{x} + y$

b) $g(x,y) = 2x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{12}}y^{\frac{1}{4}}$

c) $h(x,y) = 2x + 3y$

d) $i(x,y) = 2x + 3y + 1$

e) $j(x,y) = \min(x,y) = \{ \begin{array}{ll} x & \text{falls } x \leq y \\ y & \text{falls } x > y \end{array}$

f) $k(x,y) = A \cdot x^{\alpha} y^{\beta} \;\; (A, \alpha, \beta > 0)$

g) $l(x_1, \cdot, x_n) = A \cdot [\sum_{i=1}^{n} c_i \cdot x_i^{\rho}]^{\frac{1}{\rho}}$, mit $A, c_1, \cdot, c_n, \rho > 0$ und $\rho = \frac{s}{s-1}$.

Aufgabe 2:
Sei $F(x,y)$ die Produktionsfunktion zu den Inputfaktoren x und y. Betrachten Sie für $c > 0$ die Isoquante

$$I_c := \{(x,y) : F(x,y) = c\} .$$

Berechnen Sie das (marginale) Austauschverhältnis der beiden Produktionsfaktoren auf der Isoquante. Ist es konstant? Welches Vorzeichen besitzt es? Betrachten Sie dazu nachstehende Funktionen F und nehmen Sie an, dass $A, \alpha, \beta, \rho > 0$ sowie $\alpha < 1$:

a) $F(x,y) = Ax^{\alpha}y^{\beta}$ (Cobb-Douglas Funktion)

b) $F(x,y) = A\left[\alpha x^{\rho} + (1-\alpha)y^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}}$ (CES-Funktion mit 2 Faktoren)