

Aufgabe

Bitte lösen Sie folgende Aufgabe:

Das computerunterstützte Diagnose-Tool LEXMED (<https://lexmed.fh-weingarten.de/>) unterstützt Ärzte bei der Diagnose von Blinddarmentzündungen. Dabei wird auf Basis von individuellen Merkmalen und Symptomen des Patienten (mit Hilfe der Methode der maximalen Entropie (vgl. Kap 2.4)) eine Priori-Verteilung für den Gesundheitszustand geschätzt, welche zusammen mit einer Matrix der Fehldiagnose-Kosten die Grundlage zur Bestimmung einer optimalen Diagnose bildet.

Als mögliche Gesundheitszustände und Diagnosen kommen in Frage:

θ_1	Appendix entzündet	a_1	Operation
θ_2	Appendix perforiert	a_2	Notoperation
θ_3	gesund	a_3	Heimschicken
θ_4	sonstige Krankheit	a_4	andere Krankheit
		a_5	stationär beobachten

Betrachten Sie nun die Diagnosesituation¹ mit den folgenden Fehldiagnose-Kosten:

$l(a_i, \theta_j)$	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
a_1	0	500	5 800	6 000
a_2	500	0	6 300	6 500
a_3	12 000	150 000	0	16 400
a_4	3 000	5 000	1 300	0
a_5	3 500	7 000	400	600

und der Priori-Verteilung für die Umweltzustände:

$$\pi = (0.25, 0.15, 0.55, 0.05)'$$

Nehmen Sie an, die optimale Diagnose in der gemischten Erweiterung werde mithilfe

- des Minimax-Kriteriums
 - des Erfahrungskriteriums von Hodges und Lehmann zum Vertrauensparameter $\lambda = 0.375$ (vgl. Kapitel 2.3)
- bestimmt.

- Formulieren Sie die zugehörigen Minimierungsprobleme als lineare Optimierungsprobleme in Standard-Minimum-Form. Bestimmen Sie für das konkrete Entscheidungsproblem jeweils die Vektoren und die Matrix, mit denen die Zielfunktion sowie die Restriktionen beschrieben werden.
- Bestimmen Sie jeweils die optimale Lösung des linearen Optimierungsproblems in R. Matlab, SAS oder C++. Wie hoch sind jeweils die Fehldiagnose-Kosten für die optimale (randomisierte) Diagnose?

Bitte wenden!

¹Tabelle und Priori-Verteilung entstammen dem Vortrag von M. Schramm: *Schließen mit Wahrscheinlichkeiten und maximaler Entropie: Theorie, Implementierung, Anwendung*, gehalten am 16.06.2011 im Research Seminar der AG Method(olog)ische Grundlagen der Statistik und ihre Anwendungen (http://www.statistik.lmu.de/institut/ag/statsoz_neu/research/seminar.html).

Formalitäten:

- Die Bearbeitung kann in kleinen Gruppen von bis zu vier Personen erfolgen, wenn jede Person schriftlich zusichert, substantiell an der Erarbeitung der Lösung mitgearbeitet zu haben. Die entsprechenden Erklärungen (mit Unterschrift) können eingescannt der Lösung beigelegt werden oder in der Vorlesung abgegeben werden. Die Unterzeichnenden erklären sich mit einer stichprobenartigen Überprüfung der tatsächlichen Eigenständigkeit Ihres geleisteten Beitrags einverstanden.
- Die Abgabefrist für diese vierte „prüfungsleistungsbezogene Übungsaufgabe“ ist der 21. Juli 2013. Reichen Sie bitte sowohl die Lösung von Aufgabenteil (a) in einem Text-Dokument als auch Ihren ausführlich kommentierten Programmier-Code für Aufgabenteil (b) fristgerecht an augustin@stat.uni-muenchen.de ein. (Bitte mit dem Betreff "[ET-Übungsaufgabe 4] < *Namen* >", Ihren Namen auch auf der ersten Seite der Lösung und mit Dateinamen, die mit Ihren Namen beginnen.)
- Für Detailfragen zur Aufgabe und der Lösung stehe ich jeweils nach der Vorlesung kurz zur Verfügung.