

Aufgabe 8 Übergreifende Aufgabe¹ zur linearen Optimierung

Ein Unternehmer stelle die Produkte P_1 und P_2 her. Die dazu benötigten Mittel sind wie folgt beschränkt:

Maschine: maximal 1200h
Rohstoffe: maximal 3000 Mengeneinheiten (ME) und verteilen sich wie folgt auf je eine Mengeneinheit des Produkts $P_i, i = 1, 2$
Arbeitskraft: maximal 125h

	P_1	P_2
Maschine	3h	2h
Rohstoff	5ME	10ME
Arbeitskraft	0h	0.5h

- (a) Beschreiben Sie die Menge \mathcal{M} aller möglichen Produktionsmengen P_1 und P_2 , die mit den vorgegebenen Beschränkungen vertäglich sind!
- (b) Veranschaulichen Sie Ihr Ergebnis graphisch!
- (c) Welche Produktionsmengen nützen die vorhandenen Produktionsfaktoren so weit wie möglich aus?
- (d) Bestimmen Sie die Menge der Eckpunkte von \mathcal{M} .
- (e) Jetzt sei bekannt, dass je Mengeneinheit von Produkt 1 ein Gewinn von 3€ und bei Produkt 2 von 4€ pro Mengeneinheit erzielt wird. Formulieren Sie ein Optimierungsproblem zur Bestimmung des gewinnoptimalen Plans!
- (f) Lösen Sie das Problem graphisch!
- (g) Man bilde das duale Problem! Suchen Sie einen Extrempunkt, an dem das Optimum angenommen wird!
- (h) Bestimmen Sie das Standard-Maximum-Problem in der kanonischen Form! Berechnen Sie die Werte der Schlupfvariablen zur Optimallösung $w[1]^* = 300$, $w[2]^* = 150$; was lässt sich inhaltlich daraus folgern?
- (i) Illustrieren Sie anhand dieses Beispiels den Satz vom komplementären Schlupf!²

¹Das Beispiel an sich stammt aus Büning / Naeve / Trenkler / Waldmann(2000, p. 327f, 333f)

²erst nach der nächsten Donnerstag-Vorlesung lösbar