

**Aufgabe 1** Petersburg Paradoxon

Das sog. Petersburg Paradoxon geht auf Nicolaus Bernoulli (1687 – 1759) zurück.

Bei dem ihm zugrunde liegenden Petersburg Spiel wird eine (ideale) Münze mit den Seiten  $K$  („Kopf“) und  $Z$  („Zahl“) genau so oft geworfen, bis zum ersten Mal „Zahl“ erscheint. Geschieht dies bereits beim ersten Mal, zahlt einem die Bank 1 €, erscheint „Zahl“ erst beim zweiten Wurf, so erhält man 2 €, beim dritten Wurf 4 €, beim vierten Wurf 8 € usw.

- (a) Welchen Preis für dieses Spiel würden Sie intuitiv als fair einstufen?
- (b) Berechnen Sie den Erwartungswert der Auszahlung, also den „formal fairen“ Preis dieses Spiels.
- (c) Betrachten Sie die Ergebnisse aus a) und b). Wie kann man den Unterschied erklären? Was bedeutet dieser Unterschied für die Entscheidungstheorie?

**Aufgabe 2** „Lieber rot als tot!“

Im Rahmen der Friedensbewegung stützten die Gegner der atomaren Aufrüstung ihre Argumentation häufig auf folgende Konsequenzentafel:

		$\theta_1$	$\theta_2$
	$a_1$	$c_{11}$	$c_{12}$
	$a_2$	$c_{21}$	$c_{22}$

  

Mit	$a_1$	atomare Aufrüstung
	$a_2$	atomare Abrüstung
	$\theta_1$	Krieg
	$\theta_2$	Frieden
	$c_{11}$	„Leben“ nach einem Atomkrieg
	$c_{21}$	Leben unter einem verhassten Gesellschaftssystem
	$c_{12}$	status quo
	$c_{22}$	status quo <i>ohne</i> Rüstungskosten

Argumentiert wurde dann folgendermaßen: Offensichtlich wird man  $c_{21}$  gegenüber  $c_{11}$  und  $c_{22}$  gegenüber  $c_{12}$  präferieren. Damit ist sowohl bei  $\theta_1$  als auch bei  $\theta_2$  die Aktion  $a_2$  der Aktion  $a_1$  überlegen. Dem – intuitiv einleuchtenden – Dominanzprinzip, keine strikt dominierten Aktionen zu wählen, folgend sollte man also unbedingt abrüsten.

- (a) Wie beurteilen Sie aus entscheidungstheoretischer Sicht diese Argumentation?
- (b) Wie könnte man die Entscheidungssituation (aus entscheidungstheoretischer Sicht) geeigneter formalisieren?

**Aufgabe 3** Einbettung der Schätztheorie in die Entscheidungstheorie

Versuchen Sie, die grundlegende Aufgabenstellung bei der Schätzung eines unbekanntes, reellwertigen Parameters  $\nu$  als datenfreies Entscheidungsproblem zu formalisieren. Diskutieren Sie dabei verschiedene geeignete Verlustfunktionen.