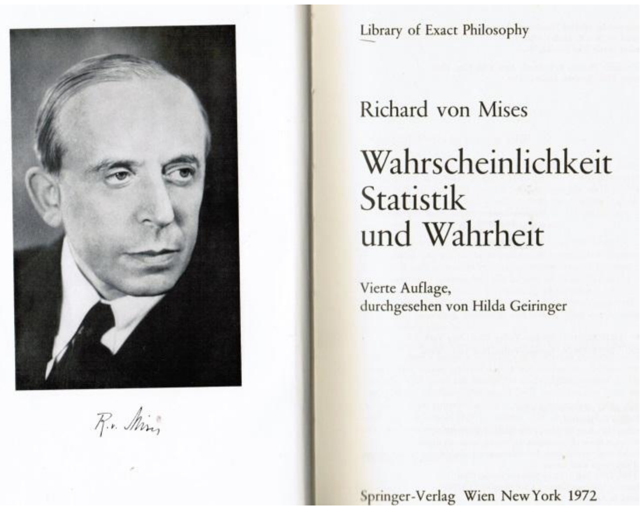
Christoph Haenel 7. März 2013

Richard von Mises (1883 -- 1953)

Verfechter einer empirischen Wissenschaftstheorie und einer soliden Wahrscheinlichkeitslehre.

Referat im Seminar **"Methodologische und historische Grundlagen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs und der statistischen Inferenz",** vom 7. - 12. März 2013, Prof. Dr. Augustin, PD Dr. Schneider, Dr. Seising



Innentitel des Hauptwerks

Leben

Richard von Mises (RvM) lebte von 1883 bis 1953. Er wurde in Lemberg geboren, das zu der Zeit zur österreich-ungarischen Monarchie gehörte. Er studierte in Wien Maschinenbau und bekam 1909 eine außerordentliche Professur in Straßburg, das damals deutsch war.

Nach dem Ende des ersten Weltkriegs verlor RvM seine Position im nunmehr französischen Straßburg und siedelte ins verkleinerte Deutsche Reich. 1920 erhielt er eine ehrenvolle Berufung als Ordinarius an die Universität Berlin, wo er bis zu seiner Entlassung durch die Nationalsozialisten 1933 wirkte. In den 13 Jahren seiner Berliner Zeit begründete er seinen internationalen Ruf als Pionier der angewandten Mathematik. Einer seiner Forschungsschwerpunkte war die um 1930 intensiv diskutierte Wahrscheinlichkeitstheorie mit der Veröffentlichung von „Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit“, das von 1928 bis 1972 zahlreich aufgelegt wurde.

Nach 1933 wurde RvM, der Jude, von der Türkei (!) aufgefangen. Die türkische Regierung hatte ein Modernisierungsprogramm aufgelegt und 140 Wissenschaftler in die Türkei berufen, darunter RvM. Auch wenn die Akklimatisation schwierig war, so konnte RvM seine geistige Arbeit am wissenschaftlichen Fortschritt fortsetzen und den Dialog mit der scientific community in Berlin und Wien pflegen. Insbesondere schrieb RvM in dieser Zeit sein sog. Kleines Lehrbuch des Positivismus und erstveröffentlichte es 1939.

RvM konnte nur bis zum Ausbruch des Zweiten Weltkriegs in der Türkei bleiben und musste vor dem drohenden Nationalsozialismus in die USA emigrieren, wo er zunächst mühsam mit 56 Jahren neu beginnen musste. 1944 erhielt er allerdings eine Professur in Harvard und bekam auch die amerikanische Staatsbürgerschaft. 1951 sieht man ihn als Gastprofessor in Rom. 1953 ist er als 70-Jähriger in Boston gestorben.

Für RvM waren Leben und Werk des Physikers, Philosophen und Wissenschaftstheoretikers Ernst Mach (1838-1916) zeitlebens Vorbild. Von diesem Ernst Mach kennen wir heute fast nur noch die Mach-Zahl, die die Geschwindigkeit im Verhältnis zur Schallgeschwindigkeit beschreibt. Bedeutungsvoller erwies sich jedoch Machs – berechtigte - Kritik an der Newtonschen Begründung des Trägheitsgesetzes. Er hatte damit recht, denn kurze Zeit später wurde sie durch Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie revidiert. Die Kritik führte überdies zu einer Weltanschauung, die in der Wissenschaft auf strenger Empirie besteht.

Die Bibliographie RvM zu Wissenschaft und Philosophe umfasst 126 Einträge, darunter die 2 Werke, die ich als seine Hauptwerke bezeichne.

Darüber hinaus beschäftigte RvM sich sein Leben lang mit deutscher Literatur, besonders mit Leben und Werk Rainer Maria Rilkes (1875—1926), mit dem er gleicaltrig war.

„Kleines Lehrbuch des Positivismus (KL)“

Im Folgenden denke ich mit Ihnen einige Gedanken aus den Hauptwerken von RvM nach. Ich verwende dabei oftmals *wörtliche* Zitate, um dem Original nahe zu sein.

RvM erstes wichtiges Werk ist das „Kleine Lehrbuch des Positivismus“ (KL). Es ist im türkischen Exil erarbeitet und wurde 1939 erstmals veröffentlicht.

Unter „Positivismus“ versteht man die empirische Herangehensweise an die Welt, ihre *wissenschaftliche* Betrachtungsweise. Grob gesagt, heißt Positivismus: nur Fakten dürfen zählen. Das Gegenteil ist Negativismus, d.h. metaphysischer Überbau über wissenschaftliche Erkenntnisse oder auch die Ableitung von Wissen aus Theorien, die a priori für gültig erklärt werden.

Der Begriff „Positivismus“ ist übernommen von Auguste Comte (1798-1857), *Discours sur l'esprit positif* (1848). Er wurde von Ernst Mach aufgegriffen. Zum Schlagwort und zu einer Zielsetzung wurde es durch den „Wiener Kreis“ aus Physikern und Philosophen um Moritz Schlick und Otto Neurath, zu dessen Urkreis RvM seit dessen Bestehen 1907 regelmäßig nach Wien kam.

Das KL beginnt mit den Worten: „Das Buch macht nicht den Versuch, zu überreden. Es enthält die Ausführung einiger einfacher Gedanken und will demjenigen helfen, der sich in der ihn umgebenden Welt zurecht finden will und ein möglichst widerspruchsfreies Bild von ihr gewinnen will. „ (KL S. 65)

Dieser Beginn ist mehrfach Understatement: Einerseits sind es nicht nur einige einfache, sondern eher viele und tiefgreifende Gedanken, die in dem Kleinen Lehrbuch ausgebreitet werden und andererseits ist es dem Autor bitterernst mit seiner Weltanschauung, sodass er durchaus einige Polemik entwickelt – auch z.B. gegen große Philosophen wie Kant und Schopenhauer.

Lassen Sie mich einen Gedanken aus dem KL ausbreiten:

Kausalität

In einem umfangreichen Kapitel (§13, KL) setzt sich RvM mit „Kausalität“ auseinander. „Die Ursache-Wirkung-Relation hat nämlich unter den Relationen, die unsere Umgangssprache zum Ausdruck bringt, das größte Interesse vom erkenntnis-theoretischen Standpunkt aus“ (KL S. 236).

KL S. 237/238: RvM nennt einige Beispiele von Kausalaussagen: Der Stein fiel zu Boden, *weil* ihm die Unterlage entzogen wurde; ich habe den Zug nicht erreicht, *da* ich zu spät das Haus verließ; oder: Das Gericht erkennt, dass der Schuss, der das Opfer getroffen hat, die *Ursache* für seinen Tod war.

Das besagt: immer, wenn *unter sonst gleichbleibenden Umständen* einem Stein die Unterlage entzogen wird, fällt er zu Boden oder: so oft man *unter im übrigen unveränderten Verhältnissen* das Haus zu spät verlässt, versäumt man den Zug, sonst nicht. Das Gericht behauptet, dass ein solcher Schuss jedesmal, wenn er *unter den gleichen, hier vorliegenden Verhältnissen* erfolgt, mit dem Tod des Opfers verknüpft ist, während bei Unterlassen des Schusses der Tod nicht eintritt.

Man sieht, dass den sprachüblichen Kausalwendungen mittels „weil“ oder „folgt“ oder „Ursache ist“ die Annahme der *Isolierbarkeit* und *Wiederholbarkeit* einzelner Ereignisse zugrunde liegt. Die Wendungen entstammen aus einem Weltbild, in dem es Ereignisse gibt, die unabhängig von allem übrigen Weltgeschehen eintreten oder ausbleiben können, sodass man sich vorstellen kann, alles sei noch einmal da, nur der eine, isoliert gedachte Tatbestand nicht.

Für ein solches Weltbild leistet unsere Sprache gute Dienste. Aber die guten Dienste versagen, wenn – wie im wissenschaftlichen Denken nötig - die einfache Vorstellung von den restlos isolierten, frei wiederholbaren Einzelerscheinungen aufgegeben werden muss.

Unzählige Philosophen haben sich zu Kausalität geäußert. Genüsslich zitiert RvM einige besonders markante Vertreter, etwa Martin Heidegger mit dem Zitat „Das Wesen des Grundes ist die transzendental entspringende dreifache Streuung des Gründens in Weltentwurf, Eingenommenheit im Seieenden und ontologische Begründung des Seienden.“ (KL S. 241) oder Schopenhauers berühmte Abhandlung „Über die vierfache Wurzel des Satzes vom zureichenden Grunde“, die ihrerseits auf Kantische Begriffe wie „über alle Zweifel erhabene Erkenntnisse a priori“ aufsetzt (KL S. 241).

In den philosophischen Erörterungen zur Kausalität nimmt den größten Raum das „Kausalgesetz“ ein, das „von fast allen Philosophen als das wichtigste, als das weittragendste und als das unerschütterlichte aller Prinzipien der Erkenntnislehre angesehen wird“ (KL S. 247). Seine knappste Formulierung stammt von Christian Wolff (1679 – 1754) und lautet – auf Deutsch - : "Nichts ist ohne Grund, dass es sey." (KL S. 247) Das Kausalgesetz behauptet, dass es zu *jeder* beobachtbaren Erscheinung B eine zweite Erscheinung A gibt, sodass für sie der Satz «B folgt aus A» richtig ist.

Kein Zweifel: Das Kausalgesetz entspricht unseren täglichen Erfahrungen und ist kaum falsifizierbar; es ist vergeblich, ein Gegenbeispiel zu suchen, nämlich ein Ereignis, dem sich kein anderes als Ursache zuordnen ließe; zumindest lässt sich immer behaupten, dass die Ursache eines Vorgangs als «noch nicht» genau bekannt sei. (KL S. 245)

Aber alle diese Feststellungen sind an die Voraussetzung geknüpft, dass man innerhalb jenes naiven Vorstellungskreises (RvM nennt ihn „allerprimitivst“) bleibt, in dem es einzeln isolierbare «Ereignisse» gibt, die eintreten oder ausbleiben können, ohne dass sich sonst etwas ändert.

KL S. 249: Zusammenfassung: Das Kausalgesetz ist die induktive Verallgemeinerung der Erfahrung, dass sich in der Regel zu jedem beobachtbaren Ereignis B ein anderes Ereignis A finden lässt, sodass die Kausalwendung „B folgt aus A“ (oder eine gleichwertige) möglich ist. Verlässt man aber den primitiven Standpunkt der Zerlegung der Welt in einzelne, isolierte, unter gleichbleibenden Bedingungen wiederholbare „Ereignisse“, so verlieren die primitiven Kausalaussagen und damit das Kausalgesetz ihren klaren Sinn.

Die Botschaft des Positivsten ist also: Wer Kausalaussagen vom Typ „weil“ oder „die Ursache ist“ macht, disqualifiziert sich als unwissenschaftlich. Da nützt es ihm auch nichts, wenn er sich auf größte Autoritäten der Geistesgeschichte stützt.

Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit (WSW)

Ein zweites wichtiges Werk von RvM heißt „Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit“ von 1928. Das Werk wurde sein Bestseller und wurde noch 1972 neu aufgelegt. Am Anfang des Referats ist der Innentitel des Werks abgebildet. Es besteht aus 6 Vorträgen.

Ich greife ein topic dieses Werkes heraus. Auch hier verwende ich wörtliche Zitate.

Das Gesetz der großen Zahlen.

Der Vierte Vortrag beginnt so: „Unter den vielen schwierigen Fragen, die mit einer rationellen Grundlegung der Wahrscheinlichkeitstheorie verknüpft sind, gibt es gewiß keine, in der solche Verwirrung herrschte, wie in der Frage nach dem Inhalt und der Bedeutung des „Gesetzes der großen Zahlen“ und seiner Beziehung zur Häufigkeitstheeorie der Wahrscheinlichkeit.“

Es geht also um das berühmte „Gesetz der großen Zahlen“.

Dieses Gesetz wird heute Siméon Denis Poisson (1781 - 1840) zugeschrieben, was nicht ganz fair ist, weil bereits Jacob Bernoulli (1655 – 1705) diesen Lehrsatz, wenn auch etwas einfacher, aufgestellt hat.

Das Gesetz ist erfüllt, wenn in einer Folge von Zufallsvariablen X_n die durchschnittliche Abweichung vom Erwartungswert μ gegen Null konvergiert, wenn also

$$\frac{1}{n} {}_{k=1}^{\;n} (X_k - \mu) \to 0 \text{ für } n \to \infty$$

gilt. Wenn die Konvergenz fast sicher ist, spricht man heute vom starken Gesetz, wenn sie nur in Wahrscheinlichkeit ist, vom schwachen Gesetz der großen Zahlen. In dieser Terminologie das im Folgenden schwache Gesetz der großen Zahlen gemeint.

Nun, Poisson hat 1837 dieses Gesetz mit diesem Namen (in seinen Klassiker „Recherches sur la probibilité des jugements“) vorgestellt. Er hat es gleich zweimal vorgestellt, mit unterschiedlichem Inhalt, aber gleichem Namen.

In seiner Einleitung spricht Poisson davon, dass es Erscheinungen verschiedenster Art gebe, die einem Gesetze unterworfen seien, das man das „Gesetz der großen Zahlen“ nennen könne. Damit meinte Poisson klarerweise eine Beobachtungs- oder Erfahrungs-Tatsache. Sie besagt: wenn ein Ereignis in n Versuchen m-mal eintritt, so kommt es vor, dass sich die relative Häufigkeit m/n bei andauernder Fortsetzung der Versuche immer mehr einem festen Wert nähert.

Allerdings spricht Poisson im weiteren Verlauf seines Aufsatzes nicht mehr von diesem Erfahrungsgesetz, sondern widmet sich der Ableitung eines anderen, ganz und gar mathematischen Theorems und dieses nennt er ebenfalls „Gesetz der großen Zahlen“ .

Diese zweite Poissonsche Definition des Gesetzes der großen Zahlen oder aber schlicht das Poissonsche Gesetz ist eine Erweiterung eines von Jacob Bernoulli (1655-1705) herrührenden, 1713 veröffentlichten Satzes, der sich so formulieren lässt.

Wenn man einen einfachen Alternativversuch, dessen positives Ergebnis die Wahrscheinlichkeit p besitzt, n-mal wiederholt und dazu noch mit ε eine beliebig kleine Zahl bezeichnet, so geht die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Versuch mindestens $(pn - \varepsilon n)$-mal und höchstens $(pn + \varepsilon n)$-mal ausfällt, mit wachsendem n gegen Eins.

Konkret formuliert: Wenn man 100-mal mit einer Münze „Kopf oder Zahl“ wirft, so gibt es eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür, 49- bis 51-mal die Kopfseite zu treffen; wirft man 1000-mal, so ist die Wahrscheinlichkeit, 490- bis 510-mal Kopf zu werfen, schon größer und noch näher liegt die Wahrscheinlichkeit dafür, unter 10000 Würfen zwischen 4900 und 5100 Kopf-Ergebnisse zu erzielen. (In diesem Beispiel ist ersichlich $p= ½$ und $\varepsilon = 0.01$ gesetzt.)

Die Poissonsche Erweiterung dieses Bernoullischen Satzes geht nur dahin, dass die Versuchsreihe nicht mit *einer* Münze und auch nicht mit lauter gleichen Münzen ausgeführt werden muss; man darf jedesmal eine andere Münze nehmen, nur müssen die Münzen in ihrer Gesamtheit die Eigenschaft besitzen, dass das arithmetische Mittel aus den n Wahrscheinlichkeiten eines Kopfwurfes den Wert p, in unserem Falle ½ besitzt. Eine noch größere Verallgemeinerung hat später, 1867, P. L. Tschebycheff vorgenommen.

Wir fragen: wie hängen die beiden Definitionen des Gesetzes der großen Zahlen zusammen? Das zweite, das wir Poissonsches Theorem nennen, und das erste, das Poisson als Erfahrungstatsache formuliert hat?

Zuerst einmal: die zweite Definition, das Poissonsche Theorem, enthält den Begriff „Wahrscheinlichkeit“, die erste Definition dagegen nicht.

Da wo der Begriff „Wahrscheinlichkeit“ verwendet wird, im Poissoschen Theorem also, wird er ganz klassisch gebraucht, nämlich als Quotient aus der Anzahl der „günstigen“ Fälle durch die Gesamtzahl aller „gleichmöglichen“ Fälle . Bei einer normalen Münze ist das Auffallen auf die eine oder andere Seite „gleichmöglich“, der eine dieser Fälle ist dem Erscheinen der Kopfseite „günstig“, demnach beträgt die „Wahrscheinlichkeit“ des „Kopf“-Ereignisses = ½: wohlgemerkt die Wahrscheinlichkeit des Kopf-Ereignisses nach klassischer Definition.

Ausschließlich auf diesem klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff basiert die mathematische Beweisführung von Poisson. Poisson beweist, so könnte man seine Ausführungen übersetzen: In der Menge der n-stelligen Binärzahlen bilden diejeigen Zahlen, die zwischen 0.49n und 0.5n Einsen enthalten, eine mit wachsendem n immer särker werdende Majorität.

Wenn man konkret für verschiedene *n* auszählt, wie viele der *n*-stelligen Binärstellen zwischen 0.49*n* und 0.51*n* Einsen enthalten, so zeigt sich, dass bei *n*=10.000 das erst in 49% der Fälle der Fall ist, bei *n*=100.000 aber schon in 96% und bei *n*= 1 Million gar in 99.999997%

Das also besagt das Poissonsche Theorem. Das Theorem ist rein arithmetischer Natur, es bezieht sich auf gewisse Zahlen und stellt über deren Eigenschaften etwas fest. Mit dem, was bei der einmaligen oder mehrmaligen Vornahme von n Würfen wirklich geschieht, d.h. welcher Anordnung von Nullen und Einsen die wirklichen Versuchsserien entsprechen werden, damit hat das Theorem nichts zu tun.

Das zweite Gesetz der großen Zahlen, das Poissonsche Theorem, beweist also auch nicht das erste Gesetz der großen Zahlen, das Poisson in der Einleitung einmalig vorstellt.

Wie kam aber nun Poisson dazu, in seinem zweiten – mathematischen – Gesetz eine Bestätigung seines ersten – empirischen – Gesetzes zu sehen ? Antwort: Weil er dem Begriff Wahrscheinlichkeit am Ende seiner Rechnung eine andere Bedeutung gab als zu Beginn. Zunächst ist Wahrscheinlichkeit eines Eregnisses der Quotient der günstigen durch die gleichmöglichen Fälle, und zuletzt ist unausgesprochen, aber offensichtlich die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses gleich dem der Grenzwert der relativen Häufigkeit bei unbegrenzter Fortsetzung der Versuche. Jedermann sieht ein, dass eine solche Bedeutungsänderung des Beweis von Poisson wertlos macht. Und damit könnte man die Sache auf sich beruhen lassen.

Wenn man aber gleich mit der Häufigkeitsdefinition der Wahrscheinlichkeit in den Beweis einsteigt, dann zeigt sich, dass das Poissonsche Theorem viel *mehr* besagt als das von Poisson einleitend vorgestellte Gesetz der großen Zahlen.

RvM stellt dieses Mehr an Aussage an einem wunderbaren Beispiel vor. Wenn man eine Tafel der Werte der Quadratwurzeln von 1 bis *a* bildet, sodann aus diesen Werten die 6. Stelle nach dem Dezimalkomma herausgreift und sie in 0 oder 1 übersetzt, je nachdem ob sie kleiner als 5 oder >= 5 ist, so sieht man nur anfangs eine scheinbar regellose Folge von Nullen und Einsen; im weiteren Verlauf aber zeigt die Tafel regelmäßige Iterationen von langsam, aber unbeschränkt wachsender Länge. Nimmt man ein großes *n* (z.B. *n*=500) als Serienlänge, so wird man, wenn man nur genügend weit fortschreitet (etwa bis zur Tafelzeile *a* = 100 Millionen), die Länge der Iterationen viel größer als *n* sein, während nach dem Poissonschen Theorem fast alle annähernd je zur Hälfte aus Nullen und Einsen zusammengesetzt sein sollten. Der Häufigkeitsgrenzwert ½, der sich mathematisch exakt beweisen lässt, kommt nur dadurch zustande, dass immer annähernd gleich viel Serien aus lauter Nullen bzw. lauter Einsen bestehen, während im Falle des Glücksspiels der Ausgleich zwischen Nullen und Einsern erfahrungsgemäß schon annähernd innerhalb jeder oder fast jeder Serie genügender Länge erfolgt.

Das Mehr an Aussage ist: Es gibt unendliche Folgen von Nullen und Einsern, in denen die relativen Häufigkeiten der beiden Zeichen bestimmten Grenzwerten zustreben, aber das Poissonsche Theorem nicht gilt.

Zusammenfassung

RvM war ein leidenschaftlicher Vertreter einer wissenschaftlichen, empirschen Weltanschauung und ein profunder Vertreter einer soliden Wahrscheinlichkeitslehre.

Seine Hauptwerke KL und WSW sind auch heute noch aktuelle und lehrreiche Schriften – genaueste Argumentation, sprachliche Ohrenweide, respektvoller Umgang mit dem Leser.

Bitte aufmerksam lesen!

Literatur

a. KL: Richard von Mises, Kleines Lehrbuch des Positivismus (erstmals 1939), suhrkamp taschenbuch wissenschaft, 1990

b. WSW: Richard von Mises, Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit (erstmals 1928) , Vierte Auflage, 1972, Springer-Verlag Wien New York

c. KG: Philipp Frank, Das Kausalgesetz und seine Grenzen, Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft 734, 1988.