



Historische Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs nach Fermat, Pascal, Laplace und Bayes

Agenda

- Einführung/Definition
- Wahrscheinlichkeitsrechnung nach
 - Pierre de Fermat
 - Blaise Pascal
 - Pierre-Simon Laplace
 - Thomas Bayes
- Schlussworte

Biographie von Pierre de Fermat

- * Ende 1607 (das genaue Geburtsdatum ist nicht bekannt)
in Beaumont-de-Lomagne, Tarn-et-Garonne
- † 12. Januar 1665 in Castres
- Mathematiker und Jurist

- Vater: Dominique Fermat, Großhändler
- Mutter: Claire de Long
- Geschwister: 1 Bruder und 2 Schwestern
- Ehefrau: Louise de Long (Cousine vierten Grades)
- Kinder: Clément-Samuel, Jean, Claire, Catherine und Louise



Werdegang

- Die ersten Grundschuljahre in der Elementarschule in Beaumont
- 1617 ging Fermat auf das reformierte College de Navarre in Montauban
- ab 1623 (16 Jahre) Studium in Zivilrecht an der Universität Orleans
- von September 1626 bis 1630 war er Anwalt am Parlament de Bordeaux
- mit 21 Jahren begann Fermat seine Karriere als Mathematiker mit den Arbeiten über Maxima und Minima sowie über Tangenten
- 1630 kauft er das Amt eines Richters am Parlament in Toulouse und wurde am 14. Mai 1631 vereidigt
- 1. Juni 1631 heiratete Fermat, Louise de Long

- 1637 bis 1638 Streit mit Rene Descartes über die Berechnung von Maxima und Minima sowie Tangente an algebraische Kurven
- 1638 bis 1643 große Entdeckungen in der Zahlentheorie
- zwischen Juli und Oktober 1654 fand der berühmte Schriftwechsel über die gerechte Aufteilung des Einsatzes eines Glücksspiels bei vorzeitigem Abbruch des Spieles mit Blaise Pascal statt = Markstein der Wahrscheinlichkeitsrechnung
- 1665 Bestattung in der Familiengrabstätte in Toulouse

Ehrungen

- seit 1989 wird alle zwei Jahre der Fermat-Preis an der Universität Toulouse verliehen.
- 1935 wurde ein Mondkrater von der IAU nach ihm benannt.

Theorien

Der große Fermat'sche Satz: $a^n + b^n = c^n$

Definition: Ist „n“ eine natürliche Zahl, die größer ist als 2, dann kann die „n-te Potenz“ jeder natürlichen Zahl ungleich null, nicht in die Summe zweier „n-ter Potenzen“ natürlicher Zahlen ungleich null zerlegt werden.

mit $a, b, c \in \mathbb{N}$ besitzt die Gleichung für keine natürliche Zahl $n > 2$ eine Lösung

Der große fermatsche Satz gilt als außergewöhnlich, da es einerseits für $n = 2$ unendlich viele Lösungen der Gleichung gibt (die pythagoreischen Zahlentripl) und andererseits weil Fermat schrieb, er kenne einen Beweis, den er allerdings nicht mitteilte.

Biographie von Blaise Pascal

- * 19. Juni 1623 in Clermont-Ferrand
 - † 19. August 1662 in Paris
 - Mathematiker, Physiker, Philosoph und Geistlicher
-
- Vater: Etienne Pascal, Richter
 - Mutter: Antoinette Begon
 - Geschwister: 2 Schwestern



Werdegang

- von Kindheit an kränklich und wurde deshalb von Hauslehrern unterrichtet
- bereits mit 12 Jahren erkannte er seine hervorragende mathematischen Talente
- mit 16 Jahren schrieb er eine Arbeit über Kegelschnitte
- 1642 erfand Pascal die „roue (=Rad) Pascale“ oder Pascaline – eine der ältesten Rechenmaschinen
- 1646 interpretierte Pascal seine Krankheit als Zeichen Gottes und begann ein asketisches Leben
- 1646 wiederholte Pascal erfolgreich die Versuche zum Nachweis der Existenz des Vakuums und publizierte seine Ergebnisse 1647 in einer Abhandlung

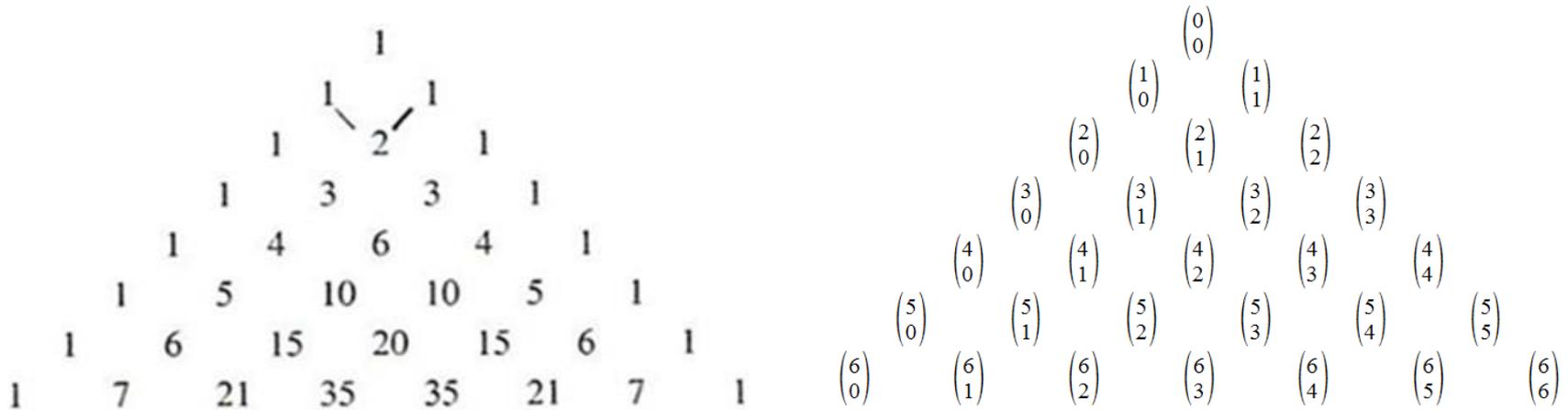
- 1653 schrieb Pascal eine Abhandlung über den Luftdruck , woraus die Einheit Pascal entstanden ist
- 1654 diskutierte Pascal über die Gewinnchancen im Glücksspiel und wandte sich der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu. Daraufhin folgte der brieflicher Austausch mit Pierre de Fermat – Untersuchung von Würfelspielen
- zugleich beschäftigte sich Pascal mit weiteren math. Problemen und publizierte Abhandlungen über das Pascalsche Dreieck und die Binomialkoeffizienten
- 1658 berechnete Pascal die Fläche unter der Zykloide (Methoden von Cavalieri) sowie das Volumen des Rotationskörpers (entsteht durch die Drehung der Zykloide um die x-Achse)
- 1662 starb Pascal im Alter von 39 Jahren
- seine geplante Apologie „Gedanken über die Religion und über einige andere Themen“, konnte Pascal nicht fertigstellen und hinterließ nur Notizen und Fragmente

Theorien

Pascal'sche Dreieck:

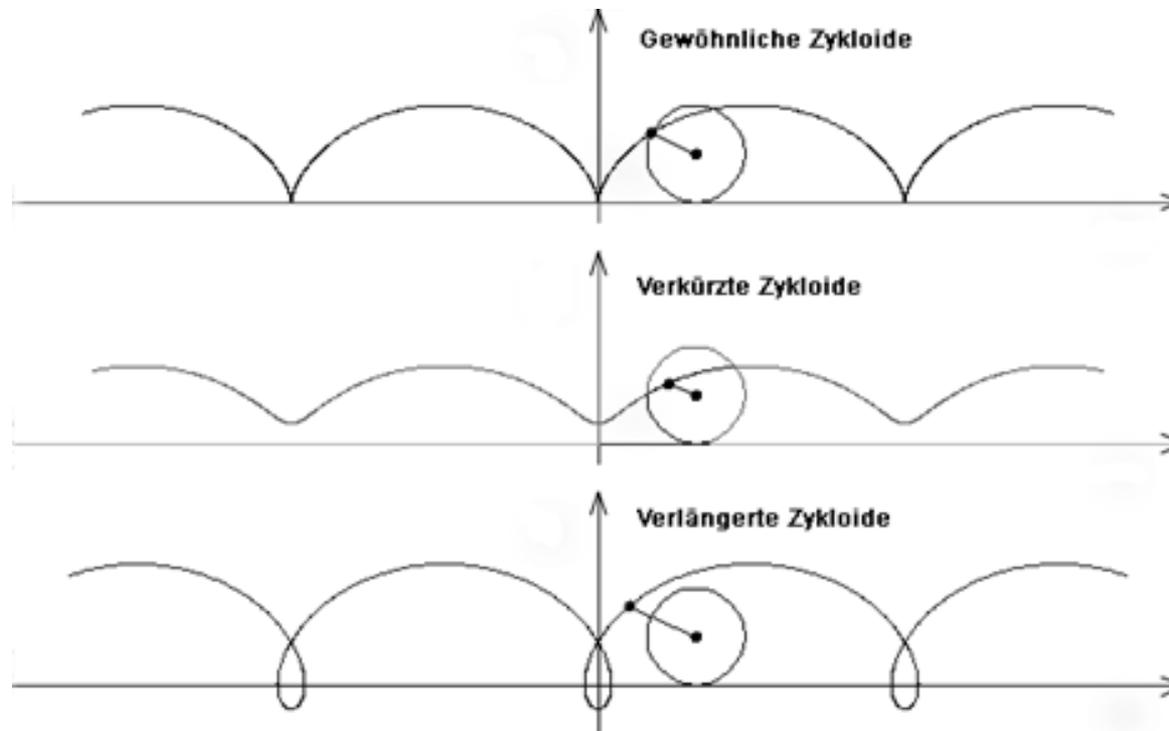
Definition: Das Dreieck ist eine Form der grafischen Darstellung der Binomialkoeffizienten, die auch eine einfache Berechnung dieser erlaubt. Die Zahlen sind im Dreieck so angeordnet, dass jeder Eintrag die Summe der zwei darüberstehenden Einträge ist.

Gleichung:
$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$$



Zykloide

Definition: Eine Zykloide ist die Bahn, die ein Kreispunkt beim Abrollen eines Kreises auf einer Leitkurve (z. B. Geraden) beschreibt



Teilungsproblem

Über das mathematische Teilungsproblem von Luca Pacioli, weiterentwickelt von Girolamo Cardano, schrieben sich Blaise Pascal und Pierre de Fermat mehrere Briefe.

Beispiel 1:

- Würfelspiel mit einer Münze (5 € Einsatz pro Spieler)
- Zwei Spieler
- Ein Spieler setzt auf Kopf, der andere auf Zahl
- Es werden 5 Runden gespielt
- Nach 3 Runden wird das Spiel mit einem Spielstand von 2:1 abgebrochen

Frage: Wie wird der Einsatz nach Spielabbruch aufgeteilt?

Ansatz von Pacioli

maximale Anzahl an Spielrunden: 5

Anteil der Spieler zum Zeitpunkt des Abbruchs

Spieler 1: $\frac{2}{5}$

Spieler 2: $\frac{1}{5}$

also $\frac{3}{5} \cong 10 \text{ €}$

anteilige Aufteilung auf die gespielten Spiele

Spieler 1: $2 * 10 / 3 = 6,67 \text{ €}$

Spieler 2: $1 * 10 / 3 = 3,33 \text{ €}$

Ansatz von Pascal und Fermat

Der Gedanke besteht nun darin, sich sämtliche Möglichkeiten für den Ausgang des Spiels für den Fall anzuschauen, dass alle fünf Runden gespielt worden sind.

Alle vier Möglichkeiten sind gleich wahrscheinlich:

K K K Z Z K Z Z

Deshalb sollten die Einsätze zugunsten von Spieler 1 im Verhältnis $\frac{3}{4}$ zu $\frac{1}{4}$ aufgeteilt werden.

Beispiel 2:

- Würfelspiel mit einem Würfel
(zwei Seiten mit a, zwei mit b, zwei mit c)
- Drei Spieler
- Ein Spieler setzt auf a, einer auf b und der Dritte auf c
- Das Spiel wird abgebrochen
- Dem 1. Spieler fehlt eine Partie, dem 2. Spieler zwei und dem 3. Spieler auch zwei

- Nach max. drei Runden wäre das Spiel entschieden gewesen.
- 27 Kombinationen da 3^3

aaa	aaa	aaa	bbb	bbb	bbb	ccc	ccc	ccc
aaa	bbb	ccc	aaa	bbb	ccc	aaa	bbb	ccc
abc								

111	111	111	111	1	1	111	1	1
	2		2	222	2		2	
		3			3	3	3	333

Biographie von Pierre-Simon Laplace

- * 28. März 1749 in Beaumont-en Auge, Normandie, Frankreich
- † 05. März 1827 in Paris, Frankreich
- Mathematiker, Physiker und Astronom
- Wahrscheinlichkeitstheorie und Differentialgleichung

- Vater: Pierre Laplace, Kaufmann und Kleinbauer
- Mutter: Marie-Anne Sochon
- Ehefrau: 15. Mai 1788 - Marie-Charlotte de Courty de Romanges
- Kinder: 1789 Charles-Emile Laplace
1792 Sophie-Suzanne Laplace, verheiratet mit Marquis de Portes



Werdegang

- in den ersten Jahren besuchte Laplace die Benediktinerschule in Beaumont-en-Auge
- mit 17 Jahren (1766) ging Laplace zur Universität/Jesuitenkolleg von Caen, um Theologie und Philosophie zu studieren
- 1768 verließ Laplace die Universität ohne Abschluss und wechselte mit Empfehlungsschreiben nach Paris zu Jean-Baptiste le Rond d'Alembert um dort Mathematik zu studieren
- 1771 (mit 19 Jahren) erhielt er eine Stelle als Professor für Geometrie, Trigonometrie, elementare Analysis und Statistik an einer Militäarakademie
- von 1770 bis 1773 - Verfassung von 13 wichtigen Abhandlungen z. B. Extremwertproblematik, Astromechanik, Differentialgleichungen, Wahrscheinlichkeits- und Spieltheorie sowie Integralrechnung

- 1773 (24 Jahre) Adjunker = Beigeordneter an der Academie francaise
- 1784 wurde Laplace Examineur für die Königliche Artillerie, wo er 1785 den 16 jährigen Napoleon Bonaparte auf Eignung prüfte
- April 1785 ordentliches Mitglied an der Academie des sciences
- 1792 Mitglied des Komitees für Maße und Gewichte (Einführung der Einheiten Meter und Kilogramm)
- 1795 Gründungsmitglied und späterer Präsident des Instituts de France. Ebenfalls war Laplace Leiter des Pariser Observatoriums und des Forschungsbereichs
- 1799 Ernennung Laplace zum Innenminister durch Napoleon. Dieses Amt gab Laplace nach 6 Wochen wieder auf und wurde Mitglied des Senats (1803 Vizepräsident des Senats)

- 
- 1806 adelte Kaiser Napoleon in zum Grafen
 - 1814 stimmte Laplace für die Absetzung Napoleons und stellte sich der bourbonischen Restauration zur Verfügung
 - 1817 Ernennung zum Marquis (Marktgraf) durch König Ludwig XVIII
 - 1826 Unterstützung des Königs beim Erlass des verschärften Pressegesetzes
 - 1827 Beisetzung auf dem Pariser Friedhof

Werke

- 1799-1823 *Traité de Mécanique Céleste*, 5 Bücher über die Abhandlung der Himmelmechanik - später Pflichtlektüre für alle angehenden Astronomen.
- 1812 *Théorie Analytique des Probabilités*, 2 Bücher über die Wahrscheinlichkeitsrechnung
- 1814 *Essai philosophique sur les Probabilités*, Philosophischer Essay über die Wahrscheinlichkeit

Ehrungen

- namentliche Verewigung auf dem Eiffelturm
- Benennung verschiedener Oberflächenstrukturen auf dem Mond z. B. das Promontorium und der Mondkrater
- Benennung des Asteroiden (4628)

Theorien

Laplace-Formel

Definition: Besitzen alle Ergebnisse eines Zufallsexperimentes die gleiche Wahrscheinlichkeit und besitzt der Wahrscheinlichkeitsraum eine endliche Mächtigkeit, so gilt für die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ eines Ereignisses A :

$$P(A) = \frac{\text{Anzahl der Ergebnisse, bei denen } A \text{ eintritt}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}} \quad P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Biographie von Thomas Bayes

- *1701/ 1702 in London (das genaue Geburtsdatum ist nicht bekannt)
- † 07.April 1761 in Tunbridge Wells, Kent, England
- Mathematiker und Priester

- Vater: Joshua Bayes, presbyterianischer Geistlicher
- Mutter: Anne Carpenter
- Geschwister: 6 Geschwister



Werdegang

- unklar - Privatunterricht von John Ward oder an der religiösen Schule Fund Academy in Tenter Alley
- ab 1719 Theologie- und Logikstudium an der Universität Edinburgh (Oxford und Cambridge waren für Nonkonformisten verboten.)
- anschließend wurde er ordiniert und assistierte seinem Vater in Holborn
- um 1733 presbyterianischer Pfarrer der Presbyterian Chapel in Tunbridge Wells
- 1742 als Fellow in die Royal Society gewählt
- Wahrscheinlichkeitstheorie wurde 1763 in der Philosophical Transactions veröffentlicht
- 1781 wurde seine Annahme von Pierre-Simon Laplace gutgeheißen, von Marie-Jean Condorcet neu entdeckt und bis George Boole, sie in Frage stellte, unangefochten.

Werke

- Essay Towards Solving a Problem in the Doctraine of Chances (Spezialfall des Bayestheorems) - Veröffentlichung 2 Jahre nach seinem Tod

Theorien

Satz von Bayes:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) * P(A)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) * P(A)}{P(B|A) * P(A) + P(B|\bar{A}) * P(\bar{A})}$$



Vielen Dank für
Ihre Aufmerksamkeit!

Christoph Rautenstrauß

Quellen:

- Schneider, I. (1988): *Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung von den Anfängen bis 1933*. Einführung und Teste, Wissenschaftliche Buchgesellschaft
- Keith Devlin: *Pascal, Fermat und die Berechnung des Glücks*
- Laplace, P. S., (1914, Englisch edition 1951): *A Philosophical Essay on Probabilities*, New York: *Dover Publications Inc.*
- Thomas Bayes: *An essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances*
- Enzyklopädie: Wikipedia
- Stigler, S. (2003): *The history of statistics, The Measurement of Uncertainty before 1900*