

Varianzzerlegung / Streuungszerlegung:

Varianz bei geschichteten Daten.

Zur Erinnerung: Daten liegen oft in Schichten vor (v.a. bei Sekundär- und Tertiärerhebungen). Beispiel: Daten über Einkommensverteilung geschichtet nach Bundesland. Bei der Berechnung von \bar{x} waren die einzelnen Besetzungszahlen sehr wichtig.

Schicht	$1, \dots, l, \dots, z$	
Besetzungszahlen	$n^{(1)}, \dots, n^{(l)}, \dots, n^{(z)};$	$\sum_{l=1}^z n^{(l)} = n$
Mittelwerte	$\bar{x}^{(1)}, \dots, \bar{x}^{(l)}, \dots, \bar{x}^{(z)}$	
Varianzen	$\tilde{s}^{2(1)}, \dots, \tilde{s}^{2(l)}, \dots, \tilde{s}^{2(z)}$	

Für das arithmetische Mittel gilt

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^z n^{(l)} \bar{x}^{(l)}.$$

Seien nun

$$\tilde{s}_{innerhalb}^2 := \frac{1}{n} \sum_{l=1}^z n^{(l)} \tilde{s}^{2(l)}$$

sowie

$$\tilde{s}_{zwischen}^2 := \frac{1}{n} \sum_{l=1}^z n^{(l)} (\bar{x}^{(l)} - \bar{x})^2$$

Varianzzerlegung Es gilt

$$\begin{array}{lclcl} \text{Gesamtvarianz} & = & \text{Varianz in. d. Schichten} & + & \text{Varianz zw. d. Schichten} \\ \tilde{s}^2 & = & \tilde{s}_{innerhalb}^2 & + & \tilde{s}_{zwischen}^2. \end{array}$$