

#### Aufgabe 4

In einer kleinen Grundschule auf dem Lande gibt es in jeder der 4 Jahrgangsstufen 30 Schüler. Den Schulchor dürfen nur Kinder aus der dritten und vierten Klasse besuchen. Die Schüler verteilen sich nach folgender Tabelle:

	Klasse 1	Klasse 2	Klasse 3	Klasse 4
im Chor	0	0	5	15
nicht im Chor	30	30	25	15

Bestimmen sie für ein aus allen Schülern durch einfache Zufallsauswahl ausgewähltes Kind die Wahrscheinlichkeit, dass es im Schulchor ist. Benutzen Sie dazu die folgende Formel und kennzeichnen Sie die zugrundeliegenden Mengen in einem Venn-Diagramm.

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A \cap B_i).$$

Von einer zweiten Schule sind nur folgende Daten bekannt:

	kocht gerne	ist gut in Mathe
im Chor	10	20
nicht im Chor	80	70

Kann man auch für die zweite Schule mit der obenstehenden Formel die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass ein durch einfache Zufallsauswahl aus allen Schülern (der zweiten Schule) ausgewähltes Kind im Schulchor ist? Zeichnen Sie das entsprechende Venn-Diagramm.

Bestimmen Sie aus der ersten Tabelle die folgenden Wahrscheinlichkeiten. Welche Bezugspopulation wird jeweils betrachtet?

1.  $P(\text{Chor} \mid \text{Klasse 4})$
2.  $P(\text{Chor} \cap \text{Klasse 4})$
3.  $P(\text{Klasse 4} \mid \text{Chor})$
4.  $P(\text{Klasse 4})$
5.  $P(\text{Klasse 2} \mid \text{Chor})$

## Aufgabe 5

Eine Bank setzt ein Verfahren zur Kreditwürdigkeitsprüfung ein. Das Verfahren soll sicherstellen, dass nur Kunden einen Kredit erhalten, die den Kredit auch zurückzahlen. Der Anteil der ‚schlechten Kunden‘ betrage aufgrund langjähriger Erfahrungen 3%. Das Prüfungsverfahren führt bei 90% der ‚schlechten Kunden‘ zu einer Ablehnung des Kreditantrags. Leider wird durch das Prüfungsverfahren auch in 10% der Fälle bei den ‚guten Kunden‘ der Kreditantrag abgelehnt.

- Welche Wahrscheinlichkeiten sind unbedingt, bzw. bedingt?
- Zeichnen Sie einen Wahrscheinlichkeitsbaum!
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Kreditprüfung eines Kunden positiv ausfällt.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein als positiv eingestufteter Kunde auch tatsächlich ein „guter“ Kunde ist.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kreditnehmer, bei dem das Prüfverfahren zu einem negativen Ergebnis kommt, tatsächlich ein „schlechter Kunde“ ist.

## Aufgabe 6 Markovmodell für Kriminelle

Vereinfachend werde angenommen, es gebe zu jedem Zeitpunkt  $i$  drei Zustände für Kriminelle:

$a_1$ : ehrlich sein

$a_2$ : ein Verbrechen begehen

$a_3$ : verhaftet und zu einer Geldstrafe verurteilt werden

Nach der Verurteilung kann man nicht gleich wieder verhaftet werden, ohne vorher ein neues Verbrechen zu begehen. (Das kann man allerdings bereits zum nächsten Zeitpunkt wieder tun, da keine Gefängnisstrafe abgesessen werden muss...)

- Ist das Markovmodell (insbesondere ein einstufiges Markovmodell) hier gerechtfertigt?
- Skizzieren Sie mögliche Übergänge zwischen den Zuständen.
- Welchen Wert hat die Übergangswahrscheinlichkeit  $P(A_{i+1,3} | A_{i,3})$ ?
- Interpretieren Sie inhaltlich die Übergangswahrscheinlichkeiten  $P(A_{i+1,2} | A_{i,2})$  und  $P(A_{i+1,2} | A_{i,3})$ !

Angenommen, die Wahrscheinlichkeiten seien bekannt und es gelte

$$P(A_{i+1,2} | A_{i,2}) < P(A_{i+1,2} | A_{i,3}),$$

wie würden Sie die abschreckende Wirkung von Geldstrafen beurteilen?

## Aufgabe 7

Ihre beste Freundin ruft Sie völlig aufgelöst an. Sie hat einen Hepatitis-Test gemacht, und das Ergebnis war positiv.

Über den Hepatitis-Test hat das Labor folgende Informationen veröffentlicht:

- Bei 9 750 von 10 000 getesteten kranken Personen ergab der Test ein positives Ergebnis. Die Sensitivität des Tests beträgt also 97.5%.
- Bei 9 300 von 10 000 getesteten nicht kranken Personen ergab der Test ein negatives Ergebnis. Die Spezifität des Tests beträgt also 93%.

Aus der medizinischen Fachliteratur ist bekannt, dass die Prävalenz von Hepatitis in Europa 0,3% beträgt.

- a) Können Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Ihre Freundin wirklich Hepatitis hat, direkt an diesen Zahlen ablesen?
- b) Wie hoch ist bei ihrem positiven Testergebnis die Wahrscheinlichkeit, dass sie wirklich Hepatitis hat?