2 Quoten, Indizes und Wachstumsraten

2.0 Vorbemerkungen

Literatur

Grundlegende Aspekte:

- Winker, P. (2010). *Empirische Wirtschaftsforschung und Ökonometrie*. 3. Auflage. Springer. Insbesondere Kapitel 3. Volltext-Download im Rahmen des LRZ-Netzes.
- Siehe auch Lehrbücher zur deskriptiven Statistik, hier v. a. Schaich & Schweitzer (1995) sowie Toutenburg & Heumann (2008).

Weiterführende Aspekte:

- Linz, S. & Eckert, G. (2002): Zur Einführung hedonischer Methoden in der Preisstatistik. *Wirtschaft und Statistik* 10/2002. 857–863.
- Statistisches Bundesamt, Hedonische Preismessung bei Gebrauchtwagen.

- Bechtold, S. & Elbel, G. & Hannappel, H.-P. (2005): Messung der wahrgenommenen Inflation in Deutschland: Die Ermittlung der Kaufhäufigkeiten durch das Statistische Bundesamt *Wirtschaft und Statistik* 9/2005. 989–998

- Brachinger, H. W. (2005): Der Euro als Teuro? Die wahrgenommene Inflation in Deutschland. *Wirtschaft und Statistik* 9/2005. 999–1013.

- Brachinger, H. W. & Fendel, R. & Dreger, C. (2008): Rückkehr der Inflation. *Wirtschaftsdienst* 88 Nr. 6. 355–370.

- Hoffmann, J. & Leifer, H.-A.& Lorenz, A. (2005): Index der wahrgenommenen Inflation oder Verbraucherumfragen? Zu einem Ansatz von Hans Wolfgang Brachinger. *Wirtschaftsdienst* 85 Nr. 11. 706–714.

2.1 Verhältniszahlen

Eine Verhältniszahl ist eine Kennzahl, die durch den Quotienten zweier statistischer Größen gebildet wird.

Man kann drei Arten von Verhältniszahlen unterscheiden:

1. Gliederungszahlen/ Quoten
2. Beziehungszahlen
3. Messzahlen/ Maßzahlen

2.1.1 Gliederungszahlen/ Quoten

Gliederungszahlen bzw. Quoten drücken Anteile aus, d.h. der Zähler ist jeweils ein Teil des Nenners.

Beispiele:

- Armutsrisikoquote ($\rightarrow$ Kapitel Konzentrationsmessung)
- Frauenquote eines Unternehmens:

$$\frac{\text{Anzahl weibliche Mitarbeiterinnen im Unternehmen}}{\text{Anzahl Mitarbeiter im Unternehmen}}$$

- Konsumquote:

$$\frac{\text{Konsum der privaten Haushalte}}{\text{gesamtes verfügbares Einkommen der privaten Haushalte}}$$

- Arbeitslosenquote (nach BA):

$$\frac{\text{Anzahl der gemeldeten Arbeitslosen}}{\text{zivile Erwerbstätige} + \text{Arbeitslose}}$$

- Erwerbslosenquote (nach ILO-Standard):

$$\frac{\text{Anzahl der Erwerbslosen}}{\text{Erwerbstätige} + \text{Erwerbslose}}$$

„Arbeitslos sind nach dem Sozialgesetzbuch Personen, die vorübergehend nicht in einem Beschäftigungsverhältnis stehen, das 15 Wochenstunden und mehr umfasst, eine versicherungspflichtige Beschäftigung von mindestens 15 Wochenstunden suchen und dabei den Vermittlungsbemühungen der Agenturen für Arbeit bzw. der Träger der Grundsicherung zur Verfügung stehen und sich dort persönlich arbeitslos gemeldet haben.“ (Quelle: Bundesagentur für Arbeit)

„Als erwerbslos gilt im Sinne der durch die EU konkretisierten ILO-Abgrenzung jede Person im Alter von 15 bis 74 Jahren, die in diesem Zeitraum nicht erwerbstätig war, aber in den letzten vier Wochen vor der Befragung aktiv nach einer Tätigkeit gesucht hat.“ (Quelle: Statistisches Bundesamt)

Arbeitslosenquote versus Erwerbslosenquote (Quelle: Datenreport 2011, Kapitel 5):

Jahr	Arbeitslosen-quote in %	Erwerbslosen-quote in %
2000	8,4	7,4
2001	8,0	7,5
2002	8,5	8,3
2003	9,3	9,2
2004	9,4	9,7
2005	11,0	10,6
2006	10,2	9,8
2007	8,4	8,3
2008	7,2	7,2
2009	7,8	7,4
2010	7,4	6,8

2.1.2 Beziehungszahlen

Bei Beziehungszahlen sind Zählergröße und Nennergröße gleichrangig, betreffen aber jeweils unterschiedliche Tatbestände.

Beispiele:

- Dezilverhältnis ($\rightarrow$ Kapitel Konzentrationsmessung)

- Staatsverschuldung in Relation zur Wirtschaftsleistung:

$$\frac{\text{Bruttoverschuldung des Staates}}{\text{Brutto-Inlands-Produkt (BIP) des Staates}}$$

Das BIP gibt den Gesamtwert aller innerhalb eines bestimmten Zeitraumes (i.d.R. ein Jahr) in einem Land produzierten Waren und Dienstleistungen an, die für den Endverbrauch bestimmt sind. (Siehe z.B. Statistisches Bundesamt)

2.1.3 Messzahlen/ Maßzahlen

Messzahlen bzw. Maßzahlen drücken eine interessierende Variable in Bezug auf einen Basiswert aus. Zählergröße und Nennergröße sind gleichrangig und betreffen beide gleichartige Tatbestände.

Beispiele:

- Preismesszahl:

$$\frac{\text{Preis eines Gutes zum Zeitpunkt } t}{\text{Preis eines Gutes zum Zeitpunkt } 0}$$

- aus der Zeitreihe von Preisen $p_0, p_1, \ldots, p_t, \ldots$ kann z.B. die folgende Zeitreihe von Preismesszahlen gebildet werden:

$$\frac{p_1}{p_0}, \frac{p_2}{p_0}, \ldots, \frac{p_t}{p_0}, \ldots$$

2.2 Indexzahlen

Eine Indexzahl ist eine kollektive Kennzahl, die durch Kombination verschiedener Größen gebildet wird.

Hier werden v.a. Preis-, Mengen- und Umsatzindizes behandelt, die sich als (gewichtetes) arithmetisches Mittel von Preis-, Mengen- bzw. Umsatzmesszahlen ergeben.

2.2.1 Preisindizes

Betrachte n Wirtschaftsgüter und für jedes Gut i, $i = 1, \ldots, n$

- die Zeitreihe der Preise $p_0^{(i)}, p_1^{(i)}, \ldots, p_t^{(i)}, \ldots$,
- die Zeitreihe der Verbrauchsmengen $q_0^{(i)}, q_1^{(i)}, \ldots, q_t^{(i)}, \ldots$,
- die Zeitreihe der Umsätze $u_0^{(i)}, u_1^{(i)}, \ldots, u_t^{(i)}, \ldots$ mit $u_t^{(i)} = p_t^{(i)} q_t^{(i)}$ und
- die Zeitreihen der Preis-, Mengen- und Umsatzmesszahlen zur Basisperiode 0.

Def. 2.1.

Die Größe $$U_{0,t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{u_t^{(i)}}{u_0^{(i)}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{p_t^{(i)}\, q_t^{(i)}}{p_0^{(i)}\, q_0^{(i)}}$$ heißt Umsatzindex.

Def. 2.2.

i) Mit den obigen Bezeichnungen und $g^{(i)} \geq 0, i = 1, \ldots, n, \sum_{i=1}^{n} g^{(i)} = 1$ heißt

$$P_{0,t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{p_t^{(i)}}{p_0^{(i)}} g^{(i)}$$

Preisindex zur Gewichtsfunktion $g^{(1)}, \ldots, g^{(n)}$.

ii) Wählt man als Gewichte

$$g^{(i)} = \frac{p_0^{(i)}\, q_0^{(i)}}{\sum\limits_{l=1}^{n} p_0^{(l)}\, q_0^{(l)}}\,, \quad \text{so heißt der zugehörige Index} \quad {}_LP_{0,t} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_t^{(i)}\, q_0^{(i)}}{\sum_{i=1}^{n} p_0^{(i)}\, q_0^{(i)}}$$

Preisindex nach Laspeyres.

iii) Wählt man hingegen

$$g^{(i)} = \frac{p_0^{(i)}\, q_t^{(i)}}{\sum\limits_{l=1}^{n} p_0^{(l)}\, q_t^{(l)}}\,, \quad \text{so heißt der zugehörige Index} \quad {}_PP_{0,t} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_t^{(i)}\, q_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^{n} p_0^{(i)}\, q_t^{(i)}}$$

Preisindex nach Paasche.

iv) Die Größe $\quad {}_F P_{0,t} = \sqrt{{}_L P_{0,t} \cdot {}_P P_{0,t}}$ heißt Preisindex nach I. Fisher,

die Größe $\quad {}_D P_{0,t} = {}^1\!/_2 \left({}_L P_{0,t} + {}_P P_{0,t} \right)$ Preisindex nach Drobisch.

${}_L P_{0,t}$ und ${}_P P_{0,t}$ haben die Form: $\quad \dfrac{\sum_{i=1}^n p_t^{(i)} \, \tilde{q}^{(i)}}{\sum_{i=1}^n p_0^{(i)} \, \tilde{q}^{(i)}}$, wobei $\tilde{q}^{(i)}$ gegeben ist durch:

- Preisindex nach Laspeyres: $\quad \tilde{q}^{(i)} = q_0^{(i)},\ i = 1, \ldots, n$ (Warenkorb der Basisperiode)
- Preisindex nach Paasche: $\quad \tilde{q}^{(i)} = q_t^{(i)},\ i = 1, \ldots, n$ (Warenkorb der Berichtsperiode)
- Für $\quad \tilde{q}^{(i)} = {}^1\!/_{(t+1)} \sum_{\tau=0}^t q_\tau^{(i)},\ i = 1, \ldots, n$, erhält man den Preisindex nach Löwe.
- Wählt man $\quad \tilde{q}^{(i)} = {}^1\!/_2 \left(q_0^{(i)} + q_t^{(i)} \right)$ bzw. $\quad \tilde{q}^{(i)} = q_0^{(i)} + q_t^{(i)}$, führt dies auf den Preisindex nach Marshall-Edgeworth.
- Der Fall $\tilde{q}^{(i)} \equiv 1$ wird als Preisindex nach Dutot bezeichnet.

2.2.2 Der Verbraucherpreisindex

Preisindizes des Statistischen Bundesamtes in Deutschland:

- (Harmonisierter) Verbraucherpreisindex ((H)VPI)
- Index der Einzelhandelspreise
- verschiedene Indizes für Erzeugerpreise
- Index der Großhandelsverkaufspreise
- Indizes für Außenhandelspreise

Der VPI (siehe auch Statistisches Bundesamt):

- gesamtwirtschaftliche Kennzahl
- misst durchschnittliche Preisentwicklung aller Waren und Dienstleistungen, die von privaten Haushalten für Konsumzwecke gekauft werden
- zentraler Indikator der Geldwertentwicklung in Deutschland:
  - Grundlage für Lohnverhandlungen und Wertsicherungsklauseln
  - Deflationierung in der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung (VGR)
- Berechnung der Inflationsrate:

$$I(t) = \frac{\mathsf{VPI}(t) - \mathsf{VPI}(t-1)}{\mathsf{VPI}(t-1)}$$

Berechnung des VPI (Laspeyres-Index):

- monatlich werden über $300\,000$ Einzelpreise von Waren und Dienstleistungen eines bestimmten Warenkorbes erhoben
- Güter des Warenkorbes werden in ca. 700 Güterarten eingeteilt
- für jede Gütergruppe i wird eine durchschnittliche Preismesszahl $\frac{p_t^{(i)}}{p_0^{(i)}}$ bestimmt
- als Gewichte $g^{(i)}$ werden die Ausgabenanteile der Güterarten an den Haushaltsausgaben in der Basisperiode verwendet (sog. Wägungsschema)

Anpassungen der Berechnungsgrundlage:

- Warenkorb wird ständig angepasst
- Wägungsschema wird alle 5 Jahre aktualisiert

2.2.3 Hedonische Methoden in der Preismessung

- Ziel des VPI: Messung der *reinen* Preisentwicklung
- Grund für die Preisveränderung eines Gutes kann die Veränderung der Qualität sein
- qualitätsbezogene Preisveränderungen sollen aus VPI herausgerechnet werden
- es gibt verschiedene Methoden der Qualitätsbereinigung
- hedonische Methoden sind Verfahren der Qualitätsbereinigung, die auf der linearen Regression beruhen:
  - Zeitvariablenmethode
  - Imputationsmethode

- Grundidee der hedonischen Methoden: man kann ein Gut in einzelne Qualitätsmerkmale zerlegen, die den Verkaufspreis bestimmen

- Quantifizierung des Zusammenhangs zwischen Qualitätsmerkmalen und Verkaufspreis mittels linearer Regression

- Verfahren eignet sich besonders für technische Güter, die schnellem Wandel unterliegen

- Einsatz hedonischer Methoden bei der Preisindexberechnung des Statistischen Bundesamts z.B. für PCs oder Gebrauchtwagen

Imputationsmethode:

Idee: Schätze den allgemeinen Zusammenhang zwischen Preis und Qualitätsmerkmalen in einer Periode ($t = s$) und „imputiere" (d.h. schätze) den Preis, den das Produkt aus der anderen Periode ($t = 0$) bei den Verhältnissen in s hätte.

Zeitvariablenmethode:

- Daten (Qualitätsmerkmale $x_1, \dots, x_p$ und Preise) aus 2 verschiedenen Zeiträumen

- Dummy-Variable für den Zeitraum:

$$D_t = \begin{cases} 0, & \text{Basisperiode } t = 0 \\ 1, & \text{Berichtsperiode } t = s \end{cases}$$

- Regressionsanalyse: $\log(p) = \beta_0 + \sum_{k=1}^{p} \beta_k \, x_k + \gamma \, D_t + \varepsilon$

- prozentuale qualitätsbereinigte Preisänderung zwischen $t = 0$ und $t = s$:

$$\frac{\hat{p}_{s,\boldsymbol{x}} - \hat{p}_{0,\boldsymbol{x}}}{\hat{p}_{0,\boldsymbol{x}}} = [\exp(\hat{\gamma}) - 1] \qquad \forall \boldsymbol{x} = (x_1, \dots, x_p)$$

2.2.4 Indexverknüpfungen

Umbasierung einer Indexreihe:

Gegeben sei eine Indexreihe zur Basisperiode 0, z.B. $P_{0,0}, P_{0,1}, \ldots, P_{0,t}, \ldots$,

dann ist die Indexreihe zur Periode k gegeben durch: $P_{k,t} = \dfrac{P_{0,t}}{P_{0,k}} \quad \forall t.$

Verkettung von Indexreihen:

Gegeben seien 2 Indexreihen, z.B. VPIs mit je verschiedenem Wägungsschema, das in $t = \tau$ geändert wurde $P_{0,0}, P_{0,1}, \ldots, P_{0,\tau+1}$ und $P'_{\tau,\tau}, P'_{\tau,\tau+1}, \ldots$.

- Vorwärtsverkettung: $\tilde{P}_{0,t} = \begin{cases} P_{0,t} & ,t \le \tau \\ P_{0,\tau}\, P'_{\tau,t} & ,t > \tau \end{cases}$

- Rückwärtsverkettung: $\tilde{P}_{\tau,t} = \begin{cases} P_{0,t}/P_{0,\tau} & ,t \le \tau \\ P'_{\tau,t} & ,t > \tau \end{cases}$

Def. 2.3.

i) Seien $q_0^{(i)}, q_1^{(i)}, \ldots, q_t^{(i)}, \ldots, \; i = 1, \ldots, n$ die Zeitreihen der Verbrauchsmengen von n Gütern und $g^{(i)} \geq 0, i = 1, \ldots, n, \sum_{i=1}^n g^{(i)} = 1$, dann heißt

$$Q_{0,t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_t^{(i)}}{q_0^{(i)}} g^{(i)}$$

<u>Mengenindex zur Gewichtsfunktion $g^{(1)}, \ldots, g^{(n)}$</u>.

ii) Insbesondere ist der <u>Mengenindex nach Laspeyres</u> gegeben als:

$${}_LQ_{0,t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_t^{(i)}}{q_0^{(i)}} \cdot \frac{p_0^{(i)} \cdot q_0^{(i)}}{\sum_{l=1}^n p_0^{(l)} \cdot q_0^{(l)}} = \frac{\sum_{i=1}^n q_t^{(i)} \cdot p_0^{(i)}}{\sum_{i=1}^n p_0^{(i)} \cdot q_0^{(i)}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_0^{(i)} \cdot q_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^n p_0^{(i)} \cdot q_0^{(i)}},$$

iii) und der Mengenindex nach Paasche als:

$$_PQ_{0,t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_t^{(i)}}{q_0^{(i)}} \cdot \frac{p_t^{(i)} \cdot q_0^{(i)}}{\sum_{i=1}^{n} p_t^{(i)} \cdot q_0^{(i)}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_t^{(i)} \cdot q_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^{n} p_t^{(i)} \cdot q_0^{(i)}}.$$

- Beachte: Es gilt zwar

„Umsatz = Preis · Menge“,

aber für Indizes gleichen Typs

„Umsatzindex ≠ Preisindex · Mengenindex“.

- Vielmehr müssen sich die Indextypen „überkreuzen“, z.B.:

$$U_{0,t} = {}_LP_{0,t} \cdot {}_PQ_{0,t} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_t^{(i)} \cdot q_0^{(i)}}{\sum_{i=1}^{n} p_0^{(i)} \cdot q_0^{(i)}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} p_t^{(i)} \cdot q_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^{n} p_t^{(i)} \cdot q_0^{(i)}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_t^{(i)} \cdot q_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^{n} p_0^{(i)} \cdot q_0^{(i)}}.$$

- Der Preisindex nach Paasche kann zum Deflationieren von aktuellen Umsatzgrößen $\sum_{i=1}^{n} u_t^{(i)} = \sum_{i=1}^{n} p_t^{(i)}\, q_t^{(i)}$ verwendet werden, denn

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} u_t^{(i)}}{{}_P P_{0,t}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_t^{(i)} q_t^{(i)}}{\frac{\sum_{i=1}^{n} p_t^{(i)}\, q_t^{(i)}}{\sum_{i=1}^{n} p_0^{(i)}\, q_t^{(i)}}} = \sum_{i=1}^{n} p_0^{(i)}\, q_t^{(i)},$$

  z.B. sog. BIP-Deflator.

2.3 Wachstumsraten

- Kennzahlen der Wirtschafts- und Sozialstatistik werden oft über die Zeit verglichen
- Wachstumsrate: prozentuale Veränderung der Kennzahl X_t in Bezug auf den Wert einer Vergleichsperiode $X_{(t-s)}$
- Standardformel für Wachstumsrate zwischen $t-s$ und t :

$$\Delta X_t = \frac{X_t - X_{t-s}}{X_{t-s}}$$

- Logarithmus-Approximation der Wachstumsrate:

$$\Delta X_t \approx \log(X_t) - \log(X_{t-s})$$