

# 1.3 Lorenzkurve und Ginikoeffizient für stetige Modelle, partielle Ordnungen auf Verteilungen

## 1.3.1 Technische Vorbereitungen, Quantilsfunktion, partielle Momente

**Bsp. 1.21. [Pareto-Verteilung]**

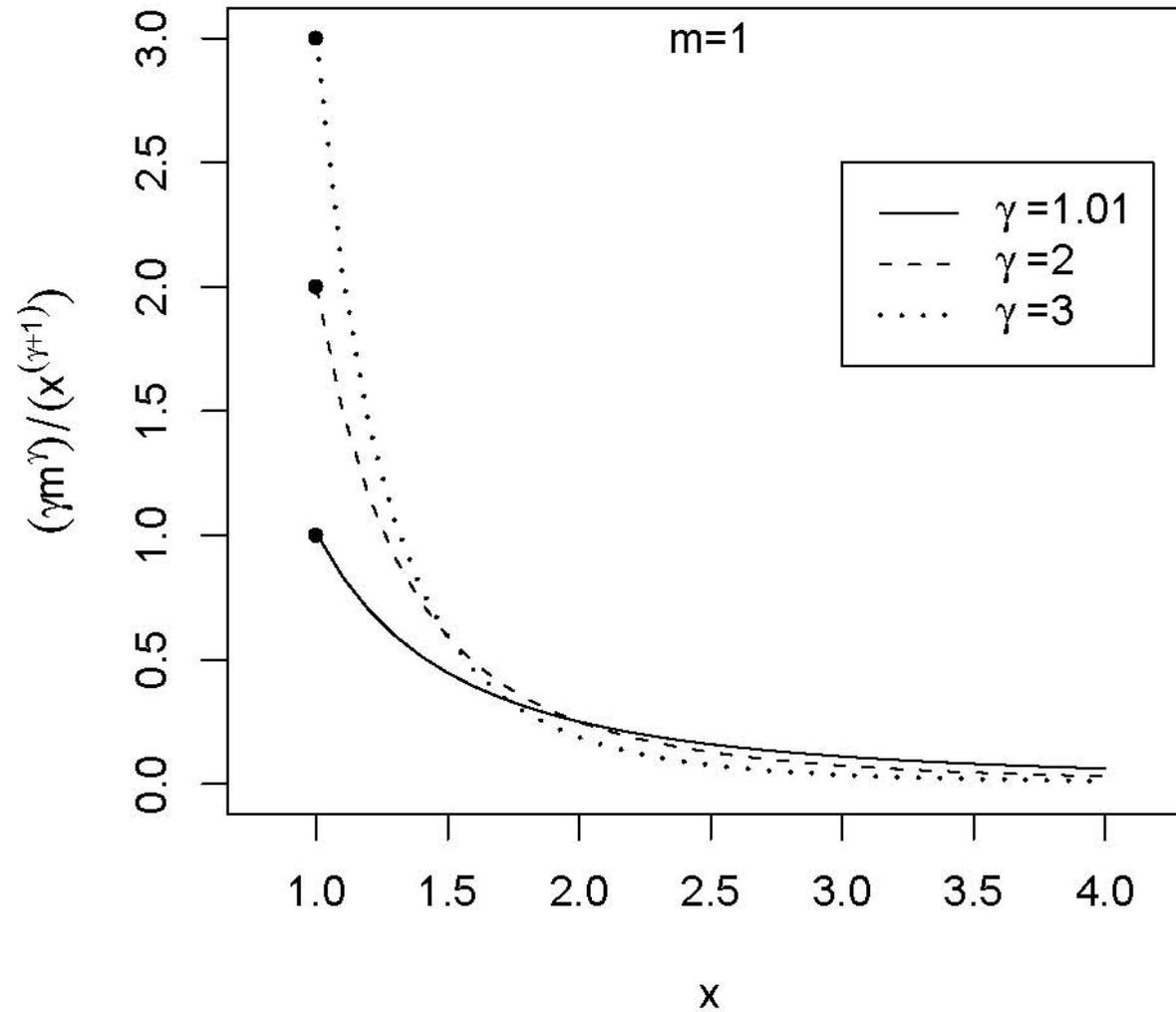
2 Parameter  $m > 0$  untere Grenze des Trägers, Minimalpunkt; Lageparameter  
 $\gamma > 1$  Gestaltparameter

Dichtefunktion:  $f(x) = \frac{\gamma \cdot m^\gamma}{x^{\gamma+1}} \cdot I_{[m, \infty)}(x)$

Erwartungswert:  $\mathbb{E}X = \frac{\gamma \cdot m}{\gamma - 1} = \frac{m}{1 - \frac{1}{\gamma}}$

(je größer  $\gamma$ , desto kleiner  $\mathbb{E}X$ ),  $m > 0$  wesentlich

Verteilungsfunktion:  $F(x) = 1 - \left(\frac{m}{x}\right)^\gamma$

Dichte der Pareto-Verteilung für verschiedene  $\gamma$ 

**Bem. 1.22. [Einige Vorbereitungen für stetige Modelle]**

Sei  $X \geq 0$  eine stetige Zufallsvariable mit Dichte  $f(x)$ , und Verteilungsfunktion  $F(x)$ , die der Einfachheit halber im Bereich  $\mathcal{X} := \{x | T(x) < 1\}$  als streng monoton steigend vorausgesetzt werde, und existierendem Erwartungswert

$$\mathbb{E}X = \int_0^{\infty} x f(x) dx \quad (\neq 0).$$

i) Dann heißt für  $a \geq 0$

$$\mathbb{E}^a(X) = \int_0^a x f(x) dx \quad (1.4)$$

partielles erstes Moment (partieller Erwartungswert) zu  $a$  von  $X$ .

Für  $\mathbb{E}^a(\cdot)$  gelten die üblichen Rechenregeln für Erwartungswerte weiter. Vor allem ist für festes  $a$

$$\mathbb{E}^a(\lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2) = \lambda_1 \mathbb{E}^a X_1 + \lambda_2 \mathbb{E}^a(X_2).$$

Man kann sogar - in Analogie zur Momentengenerierenden - eine partielle Momentengenerierende mit entsprechenden Eigenschaften definieren.

Ferner verhält sich  $\mathbb{E}^a X$  analog zu  $\mathbb{E}X$  bei Mischungen von Verteilungen (sic!). Ist  $f(x) = \sum_{j=1}^q \lambda_j f_j(x)$  für geeignete  $\lambda_j \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^q \lambda = 1$ , so ist

$$\mathbb{E}^a(X) = \int_0^a x f(x) dx = \sum_{j=1}^q \lambda_j \int_0^a x f_j(x) dx.$$

ii) Für  $\alpha \in [0, 1]$  heißt

$$\begin{aligned} Q : (0, 1) &\longrightarrow \mathbb{R}_0^+ \\ \alpha &\longmapsto F^{-1}(\alpha) \end{aligned}$$

Quantilsfunktion oder inverse Verteilungsfunktion und

$$\begin{aligned} Q^* : (0, 1) &\longrightarrow \mathbb{R}_0^+ \\ \alpha &\longmapsto \frac{Q(\alpha)}{\mathbb{E}X} = \frac{F^{-1}(\alpha)}{\mathbb{E}X} \end{aligned}$$

normierte Quantilsfunktion oder normierte inverse Verteilungsfunktion.

$Q(\cdot)$  existiert wegen der auf  $\mathcal{X}$  vorausgesetzten strengen Monotonie von  $F(\cdot)$ . Setzt man

$$Q(\alpha) = \inf\{x | F(x) \geq \alpha\},$$

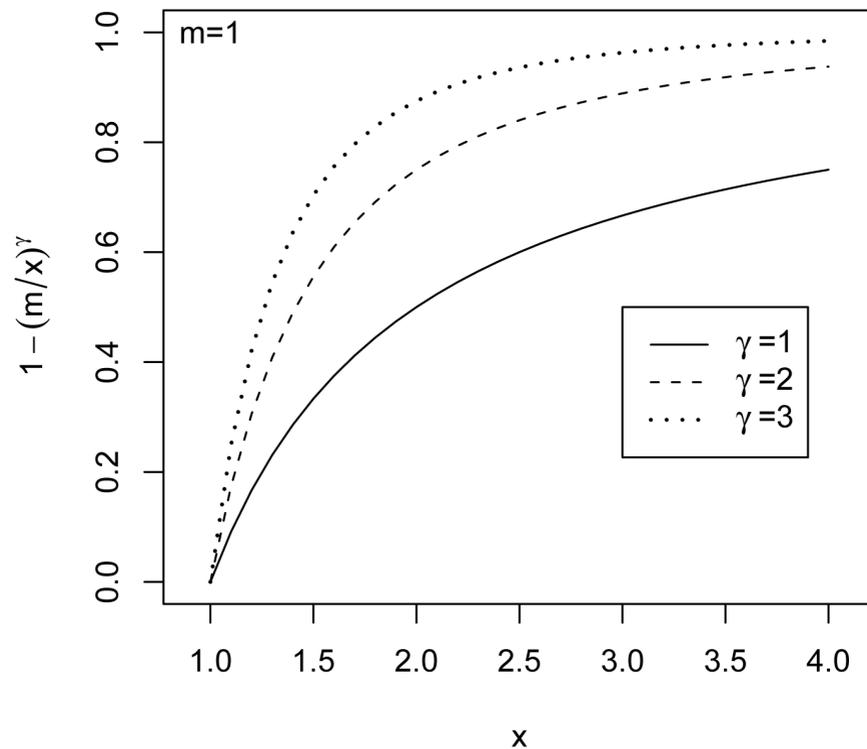
so bleiben untenstehende Ergebnisse im Kern erhalten.

## Bsp. 1.23. [Quantilsfunktion der Paretoverteilung]

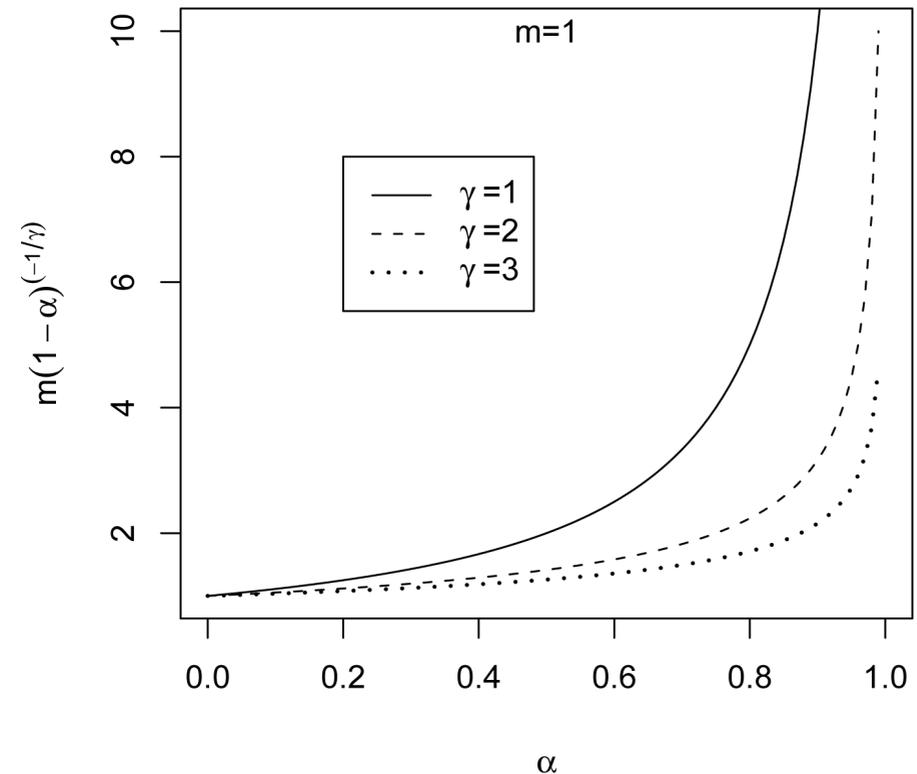
Gegeben sei eine Pareto-verteilte Zufallsgröße  $X$ .

Man bestimme die Quantilsfunktion, die normierte Quantilsfunktion und den Median.

Verteilungsfunktion der Pareto-Verteilung



Quantilsfunktion der Pareto-Verteilung



**Bem. 1.24.**

Bequem zum Berechnen der partiellen Momente in der Situation von Bem. 1.22, also insbesondere unter der Voraussetzung der Nichtnegativität (!) der Zufallsvariablen, sind folgende Beziehungen:

$$\mathbb{E}^a X = \int_0^a (1 - F(x)) dx - a(1 - F(a)), \quad (1.5)$$

also insbesondere

$$\mathbb{E}X = \int_0^{\infty} (1 - F(x)) dx = \int_0^{\infty} S(x) dx \quad (1.6)$$

mit der „Survivorfunktion“ oder „Überlebensfunktion“  $S(x) := 1 - F(x)$  und

$$\mathbb{E}^a X = \int_0^{F(a)} Q(\alpha) d\alpha, \quad (1.7)$$

also insbesondere

$$\mathbb{E}X = \int_0^1 Q(\alpha) d\alpha \quad (1.8)$$

und

$$\int_0^1 Q^*(\alpha) d\alpha = 1. \quad (1.9)$$

(Auch das geometrische und harmonische Mittel lässt sich gut über  $Q$  darstellen, z.B.

Piesch (1973, S.19)).

Oft ist es auch hilfreich, (1.7) von „rechts nach links“ zu lesen; für eine bestimmte Obergrenze  $\alpha$  des Integrals ergibt sich aus der Bezeichnung

$$\alpha = F(a) \implies a = F^{-1}(\alpha) = Q(\alpha)$$

$$\int_0^{\alpha} Q(\tilde{\alpha}) d\tilde{\alpha} = \mathbb{E}^{Q(\alpha)} X.$$

**Bem. 1.25.**

Man beweise (1.5) und (1.6), sowie (1.7) und (1.8) und (1.9)

## 1.3.2 Die stetige Lorenzkurve

### Def. 1.26. [Gastwirths Definition der Lorenzkurve]

Betrachtet werde unter den Voraussetzungen von Bem 1.18 eine nichtnegative Zufallsvariable  $X$  mit zugehöriger normierter Quantilsfunktion  $Q^*$ .

Die Abbildung

$$L : [0, 1] \longrightarrow [0, 1]$$
$$\alpha \longmapsto L(\alpha) = \int_0^\alpha Q^*(\tilde{\alpha}) d\tilde{\alpha}$$

heißt (*stetige*) *Lorenzkurve von  $X$  bzw. zur Verteilung von  $X$ .*

Was hat das mit der „üblichen“ Lorenzkurve zu tun?

**Bem. 1.27. [Verschiedene Darstellungen der stetigen Lorenzkurve  $L(\alpha)$ ]**

Es gilt für  $0 \leq \alpha \leq 1$

$$\begin{aligned}
 L(\alpha) &= \int_0^\alpha Q^*(\tilde{\alpha}) d\tilde{\alpha} = \frac{\int_0^\alpha Q(\tilde{\alpha}) d\tilde{\alpha}}{\mathbb{E}X} \stackrel{(1.8)}{=} \frac{\int_0^\alpha Q(\tilde{\alpha}) d\tilde{\alpha}}{\int_0^1 Q(\tilde{\alpha}) d\tilde{\alpha}} = \\
 &\stackrel{(1.10)}{=} \frac{\mathbb{E}^{Q(\alpha)} X}{\mathbb{E}X} \stackrel{(1.4)}{=} \frac{\int_0^{F^{-1}(\alpha)} x f(x) dx}{\int_0^\infty x f(x) dx}.
 \end{aligned}$$

Insbesondere die letzten beiden Darstellungen stellen unmittelbar den Bezug zum diskreten Fall her. In der Tat lassen sich natürlich beide Fälle durch das allgemeine Maßintegral einheitlich darstellen.

Mit  $x_\alpha = F^{-1}(\alpha)$  kann man sich merken:

$$(\alpha, L(\alpha)) = \left( F(x_\alpha), \frac{\mathbb{E}^{x_\alpha} X}{\mathbb{E} X} \right)$$

**Bsp. 1.28. [Gleichverteilung (im Sinne konstanter Dichte)]**

Gegeben sei eine auf  $[0, b]$  gleichverteilte Zufallsgröße. Man berechne die Lorenzkurve!

Der Gini-Koeffizient lässt sich wieder definieren als das Doppelte der Fläche zwischen der Lorenzkurve  $\alpha \mapsto L(\alpha)$  und der Winkelhalbierenden  $\alpha \mapsto \alpha$  :

$$2 \cdot \int_0^1 (\alpha - L(\alpha)) d\alpha = 2 \cdot \left[ \frac{\alpha^2}{2} \right]_0^1 - 2 \cdot \int_0^1 L(\alpha) d\alpha = 1 - 2 \cdot \int_0^1 L(\alpha) d\alpha$$

**Def. 1.29. [Gini-Koeffizient im stetigen Fall]**

In der Situation von Def. 1.26 heißt die Größe

$$G = 1 - 2 \int_0^1 L(\alpha) d\alpha \quad (1.10)$$

Gini-Koeffizient zu  $L(\alpha)$ .

Piesch (1975, S. 34) enthält eine Tabelle mit Lorenzkurven und Ginikoeffizienten verschiedener Verteilungen, inklusive Schranken der Lorenzkurven für Verteilungen mit wachsender, fallender Dichte.

**Bem. 1.30. [Gini-Koeffizient im stetigen Fall]**

- i) Wie schon im diskreten Fall gibt es eine ganze Reihe sehr unterschiedlich aussehender Formeln zur Berechnung des Gini-Koeffizienten (siehe z.B. Piesch (1975, S.53)).
- ii) Es gibt diverse Verallgemeinerungen des Gini-Index bei denen durch eine Gewichtsfunktion bestimmte Bereiche (z.B. Abweichungen bei den Armen) stärker gewichtet werden (z.B. für einen Überblick Piesch (2003)). Hierdurch kann man eventuell auch der Nichtlinearität des Nutzen in Geldbeträgen ohne direkte Transformation von  $X$  auf verschiedene Art Rechnung tragen.
- iii) Man erinnere sich an die Überlegungen aus (1.1) zu der Tatsache, dass der Gini-Index eine einzelne Maßzahl ist. Selbstverständlich können auch im stetigen Fall verschiedene Einkommensverteilungen zu demselben Gini-Koeffizienten führen. Natürlich informativer ist ein Vergleich von Funktionen, also der Lorenzkurven oder daraus abgeleitete Funktionen.
- iv) Man kann natürlich auch andere Maße verallgemeinern, z.B. zum Robin-Hood Index

im stetigen Fall, siehe: von der Lippe (1993, Kap.6)

### 1.3.3 Partielle Ordnungen auf Verteilungen

Basisliteratur: Kleiber (2000)

Der Vergleich von die Verteilung charakterisierenden Funktionen produziert meist nur eine sogenannte Halbordnung (partielle Ordnung), d.h. man hat möglicherweise unvergleichbare Elemente.

#### Def. 1.31.

Seien  $X_1, X_2$  zwei obige Bedingungen erfüllende Zufallsvariablen mit Verteilungsfunktion  $F_1(\cdot)$  und  $F_2(\cdot)$  und Lorenzkurven  $L_1(\cdot)$  und  $L_2(\cdot)$ , dann heißt  $X_1$  Lorenz-größer (Lorenz-ungleicher) als  $X_2$ , in Zeichen

$$X_1 \geq_L X_2,$$

falls für alle  $p \in [0, 1]$  gilt

$$L_1(p) \leq L_2(p).$$

Dann sagt man auch

$$F_1 \geq_L F_2.$$

In der Risikomessung hat sich eingebürgert, Verteilungen hinsichtlich der sog. stochastischen Dominanz zu vergleichen, die auf einem Vergleich von Verteilungsfunktionen hinausläuft.

### Def. 1.32.

Seien  $X_1$  und  $X_2$  zwei reellwertige Zufallsvariablen mit Verteilungsfunktionen  $F_1(\cdot)$  und  $F_2(\cdot)$ . Dann heißt  $X_1$  stochastisch größer (bzw. größer im Sinne der stochastischen Dominanz (erster Ordnung)) als  $X_2$ , in Zeichen

$$X_1 \geq_{SD(1)} X_2,$$

falls

$$F_1(x) \leq F_2(x)$$

für alle  $x \in \mathbb{R}$ .

**Bsp. 1.33. [Motivationsbeispiel]**

Sei  $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$  und  $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ .

**Def. 1.34.**

Unter der Annahme, dass alle entsprechenden Integrale existieren, heißt eine Zufallsvariable  $X_1$  größer als  $X_2$  im Sinne der stochastischen Dominanz  $q$ -ter Ordnung,  $q \in \mathbb{N}$ , in Zeichen

$$X_1 \geq_{SD(q)} X_2,$$

falls

$$F_1^{(q)}(x) \leq F_2^{(q)}(x) \quad \forall x \in \mathbb{R},$$

wobei für  $i = 1, 2$

$$F_i^{(q)}(x) := \int_0^x F_i^{(q-1)}(\tilde{x}) d\tilde{x}, \quad \text{für } q \geq 2$$

$$\text{und } F_i^{(1)}(x) := F_i(x).$$

**Bem. 1.35.**

In der Situation von Def. 1.34 gilt für festes  $q \in \mathbb{N}$  und für alle  $\tilde{q} \geq q$ .

$$X_1 \geq_{SD(q)} X_2 \implies X_1 \geq_{SD(\tilde{q})} X_2$$

Die umgekehrte Implikation gilt im Allgemeinen nicht.

**Satz 1.36.**

Setzt man in der Situation von Def. 1.31 und Def. 1.34,

$$X_1^* := \frac{X_1}{\mathbb{E}(X_1)} \text{ und}$$
$$X_2^* := \frac{X_2}{\mathbb{E}(X_2)},$$

so sind folgende Aussagen äquivalent:

- i)  $X_1 \geq_L X_2$
- ii)  $X_1^* \geq_L X_2^*$
- iii)  $X_2^* \geq_{SD(2)} X_1^*$
- iv)  $\mathbb{E}g(X_1^*) \geq \mathbb{E}g(X_2^*)$  für alle integrierbaren, stetigen und strikt konvexen Funktionen  $g(\cdot)$ .

Die Äquivalenz von i) und iii) im Fall  $\mathbb{E}(X_1) = \mathbb{E}(X_2)$  wird oft als Satz von Atkinson (1970) bezeichnet, die Äquivalenz von iii) und iv) in diesem Fall geht auf Hardy, Littlewood und Polya (1929) zurück. Der Satz ergibt sich dann als Korollar unter Verwendung von Gastwirths Definition der Lorenzkurve.

## Ausblick

Es gibt eine Reihe weiterer Ordnungen z.B.

- die verallgemeinerte Lorenzordnung, die explizit den Erwartungswert mit einbezieht, indem sie

$$GL_{X_i}(p) := \mathbb{E}(X_i) \cdot L_{X_i}(p), \quad i = 1, 2$$

für  $X_1$  und  $X_2$  vergleicht;

- Ordnungen, die explizit auf der Quantilsfunktion aufbauen (z.B. die sog. dispersive Ordnung). Man kann auch das Verhalten von  $F_1^{-1} \circ F_2(\cdot)$  untersuchen (konvexe Ordnung, sternförmige Ordnung); für  $F_1 = F_2$  wäre ja  $F_1^{-1} \circ F_2 = \text{id}$ , und somit wird untersucht, ob  $F_2$  „relativ über  $F_1$  liegt“
- Kleiber (2000, Kap. 5) enthält auch illustrative Anwendungen auf die Einkommensbesteuerung und auf ein kleines Modell der Steuerhinterziehung.

## 1.4 Zum Armuts- und Reichtumsbericht

### 1.4.1 Hintergrund

Zitate, Tabellen und Schaubilder beziehen sich auf „Lebenslagen in Deutschland. Der 3. Armuts- und Reichtumsbericht der Bundesregierung.“

[http://www.bmas.de/coremedia/generator/26742/property=pdf/dritter\\\_armuts\\\_und\\\_reichtumsbericht.pdf](http://www.bmas.de/coremedia/generator/26742/property=pdf/dritter\_armuts\_und\_reichtumsbericht.pdf)

- Erster Bericht: 2001
- Zweiter Bericht: 2005
- Dritter Bericht: 2008
- ... notwendige Basis für eine fundierte Politik zur Stärkung der sozialen Gerechtigkeit und zur Verbesserung gesellschaftlicher Teilhabe.“ (S.1).

- Deutschland als sozialer Bundesstaat

Art. 20 (1) Grundgesetz: „Die Bundesrepublik Deutschland ist ein demokratischer und sozialer Bundesstaat.“

Besonders geschützt („Ewigkeitsklausel“): Art. 79 (3) Grundgesetz: „Eine Änderung dieses Grundgesetzes, durch welche die Gliederung des Bundes in Länder, die grundsätzliche Mitwirkung der Länder bei der Gesetzgebung oder die in den Artikeln 1 und 20 niedergelegten Grundsätze berührt werden, ist unzulässig.“

- „Kern sozial gerechter Politik ist es, ökonomische und soziale Teilhabe- und Verwirklichungschancen für alle Mitglieder in der Gesellschaft zu ermöglichen. Politik, die dazu beitragen will, Armut und soziale Ausgrenzung zu verhindern, kann sich daher nicht in der Sicherung materieller Grundbedürfnisse erschöpfen. Dauerhafte Abhängigkeit von staatlicher Fürsorge führt zur Verfestigung von Armut - teilweise über Generationen hinweg - und muss vermieden werden... Alle müssen die Chance erhalten, ihre individuellen Möglichkeiten auszuschöpfen ...“

### (3. Armutsbericht, Teil A.I, S.1)

#### Exkurs: Bayerische Verfassung

##### a) Inhaltliche Grundlage

„Bayern ist ein Rechts-, Kultur- und Sozialstaat. Er dient dem Gemeinwohl.“

(Verfassung des Freistaates Bayern Art.3 Abs.1)

##### b1) Menschen brauchen Arbeit

„Die Arbeit ist die Quelle des Volkswohlstandes und steht unter dem besonderen Schutz des Staates. Jeder Mensch hat das Recht, sich durch Arbeit eine auskömmliche Existenz zu schaffen.“

(Verfassung des Freistaates Bayern Art.166, Abs. 1 u. 2)

## b2) Ausbildungsmöglichkeiten für junge Menschen

„Jeder Bewohner Bayerns hat Anspruch darauf, eine seinen erkennbaren Fähigkeiten und seiner inneren Berufung entsprechende Ausbildung zu erhalten.“

(Verfassung des Freistaates Bayern Art.128, Abs. 1)

## c) Chancengleichheit schaffen

„Für den Aufbau des Schulwesens ist die Mannigfaltigkeit der Lebensberufe, für die Aufnahme eines Kindes in eine bestimmte Schule sind seine Anlagen, seine Neigung, seine Leistung und seine innere Berufung maßgebend, nicht aber die wirtschaftliche und gesellschaftliche Stellung der Eltern.“

„Jeder Bewohner Bayerns hat Anspruch auf eine angemessene Wohnung.“

(Verfassung des Freistaates Bayern Art.132 u. Art.106, Abs. 1)

Gleichheit als Gleichheit der Teilhabe - und Verwirklichungschancen (Amartya Sen):

„Das Konzept der Teilhabe- und Verwirklichungschancen des Nobelpreisträgers Amartya Sen bildete in Verbindung mit dem Lebenslagenansatz bereits im 2.

Armuts- und Reichtumsbericht die konzeptionelle Grundlage. Beide Ansätze erweitern die Bemessung der Wohlstandsposition über traditionelle Einkommensanalysen hinaus auf Lebenslagedimensionen wie Gesundheit, Bildung oder Wohnen. Es wird dabei an den beobachteten Unterschieden der Lebenslagen und damit den Teilhabeergebnissen angesetzt. Das Konzept der Teilhabe- und Verwirklichungschancen fragt darüber hinaus auch danach, inwiefern diese Unterschiede auf ungleiche Verwirklichungschancen zurückzuführen sind.“

„Der Bericht benennt und analysiert daher nicht nur ungleiche Teilhabeergebnisse, etwa auf dem Arbeitsmarkt oder bei der Verteilung von Einkommen und Vermögen, sondern fragt danach, inwiefern diese Unterschiede auf ungleiche Teilhabe- und Verwirklichungschancen zurückzuführen sind und welche Faktoren die unterschiedliche Wahrnehmung von eröffneten Chancen beeinflussen...“  
(3.Armutsbericht, Anspruch an eine sozial gerechte Politik: S. I).

„Armut in unserem Land sollte kein hinzunehmendes Schicksal sein. Alle relevan-

ten Akteure in Gesellschaft und Staat müssen ihren Beitrag zur Bekämpfung von Armut und sozialer Ausgrenzung leisten und die Bemühungen der Betroffenen aus der Armutssituation herauszufinden durch Hilfsangebote und Aktivierung unterstützen. Über die föderalen Zuständigkeiten hinweg sollte eine gemeinsame Strategie der Armutsprävention und -bekämpfung entwickelt werden, die vernetzte Aktionen und eine funktionale Aufgabenverteilung ermöglicht“ (Teil B, S.5).

## 1.4.2 Datenbasis

jeweils Stichprobenerhebungen

- European Union - Statistics on Income and Living Conditions
  - Fachserie 15, Heft 4 (EU-SILC)
  - seit 2005 jährlich
  - EU-weit vergleichbar
  - StatBA/destatis.
  - 13800 Haushalte, 26000 Personen
- Einkommens- und Verbrauchsstichprobe (2003, StatBA/destatis)
  - 5 Jahresabstände
  - Lebensverhältnisse privater Haushalte
  - a 75000 Haushalte
  - freiwillige Teilnahme

- Mikrozensus (2005, StatBA/destatis)
  - speziell für Armutsrisiko von Personen mit Migrationshintergrund
  - Einkommen klassiert erhoben
  - jährlich: 1 % aller Haushalte (390000 Haushalte, 830000 Personen)
  - jeder Haushalt bleibt 4 Mal in der Stichprobe
  - wirtschaftliche und soziale Lage der Bevölkerung
  - Erwerbstätigkeit, Arbeitsmarkt, Ausbildung
  - Fortschreibung der Volkszählung
  - Evaluierung anderer Statistiken
  - größtenteils Auskunftspflicht

- SOEP (Sozioökonomisches Panel)
  - Deutsches Institut für Wirtschaftsforschung (DIW)
  - Panelstudie: Wiederholungsbefragung
  - 2008: 11000 Haushalte mit mehr als 20000 Personen
  - Themenschwerpunkte:
    - \* Haushaltszusammensetzung
    - \* Erwerbs- und Familienbiographie
    - \* Erwerbsbeteiligung und berufliche Mobilität
    - \* Einkommensverläufe
    - \* Gesundheit und Lebenszufriedenheit

### 1.4.3 Zum Reichtums- und Armutsbegriff

Bei Operationalisierung von Reichtum:

Einkommens- *und* Vermögensaspekte betrachten.

#### Das Nettoäquivalenzeinkommen

- Haushaltsnettoeinkommen (Erwerbs-, Kapital-, Transfer- und sonstige Einkommen)
- Aber Bedarf hängt von Größe des Haushalts ab!
- Durch Bedarfsgewichte teilen!  
Gewichte: (neue OECD „Äquivalenzskala“)
  - 1     Haushaltsvorstand
  - 0,5   für jede weitere Person im Alter von mind. 14 Jahren
  - 0,3   für jede weitere Person im Alter von unter 14 Jahren

## Armutsrisikoquote (Median)

- Anteil der Personen in Haushalten mit einem Nettoäquivalenzeinkommen weniger als 60% des Medians aller Einkommen.

## Soziokulturelles Existenzminimum

- Sozialhilferecht
- Über Erhaltung physischer Existenz hinaus Sicherung einer „der Würde des Menschen entsprechende Teilhabe am gesellschaftlich üblichen Leben“.

## Physisches Existenzminimum

- „absolute, primäre Armut“
- Zum Überleben notwendigen Minimalstandard an Nahrung, Kleidung, Unterkunft.

Datenbasis	Armutsrisikoschwelle (60% des mittleren Nettoaquivalenzeinkommens)	Armutsrisikoquote	Stichprobengröße (erfasste Haushalte)
EU-SILC 2006	781 Euro	13%	13.800
EVS 2003	980 Euro	14%	53.400
Mikrozensus 2005	736 Euro	15%	322.700
SOEP 2006	880 Euro	18%	11.500

Tabelle 1: Armutsrisikoschwellen, Armutsrisikoquoten und Stichprobengrößen nach Datenquellen (S. XI)

„Unterschiede in der Datenbasis bei den Berechnungsmethoden müssen daher bei der Interpretation der Ergebnisse beachtet werden. Deshalb ist z. B. auch weniger die absolute Höhe der Armutsrisikoquoten von Bedeutung, sondern deutliche Trends im Zeitverlauf und Unterschiede zwischen sozioökonomischen Gruppen, die auch bei verschiedenen methodischen Abgrenzungen und Datenquellen noch sichtbar sind und tendenziell übereinstimmen.“ (S. XI).

„15 Armuts-Indikatoren (A.1. bis A.15.), 6 Reichtums-Indikatoren (R.1. bis R.6.) sowie 7 Querschnitts-Indikatoren (Q.1. bis Q.7.), die entweder beide Bereichen darstellen oder als Hintergrundinformation dienen.“ (S. 3).

## 1.4.4 Zum Aufbau des Berichts

**Teil A:** Kurzfassung

**Teil B:** Einleitung

**Teil C:** Entwicklungen und Herausforderungen

- Teilhabeformen
  - I. Gesamtwirtschaftliche Rahmenbedingungen und gesellschaftliche Entwicklungen
  - II. Einkommen und Vermögen, Mindestsicherung und Überschuldung
  - III. Bildungschancen
  - IV. Erwerbstätigkeit
  - V. Familie und Kinder

VI. Gesundheitliche Situation und Pflegebedürftigkeit

VII. Wohnen

VIII. Politische und gesellschaftliche Partizipation

- Lebenslagen ausgewählter Gruppen

IX. Menschen mit Migrationshintergrund

X. Menschen mit Behinderungen

XI. Menschen in besonders schwierigen Lebenslagen

**Teil D:** Stärkung von Teilhabe und sozialer Integration - Maßnahmen der Bundesregierung

- Teilhabereformen

II. Maßnahmen gegen monetäre Armut

III. Bildung als Schlüssel für Teilhabe und Integration

- IV. Förderung der Erwerbstätigkeit
- V. Familienpolitisches Konzept gegen Armutsrisiken von Familien und Kindern
- VI. Gesundes Leben - Basis für Teilhabe
- VII. Wohnen
- VIII. Verbreiterung der politischen und gesellschaftlichen Partizipation
  - Maßnahmen für ausgewählte Gruppen
- IX. Maßnahmen zur Integration von Menschen mit Migrationshintergrund
- X. Selbstbestimmte Teilhabe behinderter Menschen fördern
- XI. Eingliederung von Menschen in besonders schwierigen Lebenslagen fördern

## 1.4.5 Ausgewählte Ergebnisse zum Einkommen

### e1) Einkommen

Verteilung der realen Bruttoeinkommen<sup>3</sup> aus unselbständiger Arbeit der vollzeitbeschäftigten Arbeitnehmer/-innen

Deutschland	2002	2003	2004	2005
Arithmetisches Mittel	34.249	34.185	34.105	33.678
Median	30.513	30.771	30.508	30.157
Gini-Koeffizient	0,297	0,305	0,304	0,307
Anteil Niedriglöhne <sup>2)</sup>	8,8	8,1	9,0	9,3
<b>Anteile am Bruttoeinkommen aus unselbständiger Tätigkeit der vollzeitbeschäftigten Arbeitnehmer nach Dezilen</b>				
1. Dezil	2,7	2,3	2,6	2,5
2. Dezil	5,0	4,9	4,6	4,7
3. Dezil	6,4	6,2	6,3	6,2
4. Dezil	7,4	7,4	7,5	7,4
5. Dezil	8,5	8,5	8,5	8,4
6. Dezil	9,4	9,7	9,5	9,9
7. Dezil	10,7	10,7	10,8	10,5
8. Dezil	12,3	12,4	12,5	12,6
9. Dezil	14,8	14,9	14,8	14,9
10. Dezil	22,8	23,0	22,9	23,1

Abbildung 1: Tabelle II.2 (S.14), Quelle: SOEP

- 1) Einkommen in Preisen von 2000
- 2) Niedriglohngrenze: 2/3 des Medians

Verteilung der realen Nettoäquivalenzeinkommen <sup>4</sup> auf die Bevölkerung

<b>Deutschland</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>
Arithmetisches Mittel	19.255	18.971	18.744	18.778
Median	16.790	16.728	16.456	16.242
Gini-Koeffizient	0,292	0,292	0,298	0,316
<b>Anteile am Einkommensvolumen nach Dezilen</b>				
1. Dezil	3,2	3,2	3,1	2,9
2. Dezil	5,2	5,2	5,0	4,8
3. Dezil	6,3	6,3	6,2	6,0
4. Dezil	7,3	7,3	7,3	7,0
5. Dezil	8,4	8,3	8,3	8,0
6. Dezil	9,2	9,4	9,3	9,3
7. Dezil	10,5	10,6	10,6	10,5
8. Dezil	12,1	12,1	12,2	12,1
9. Dezil	14,5	14,6	14,8	14,6
10. Dezil	23,3	23,1	23,3	24,9

Abbildung 2: Tabelle: II.4 (S.19), Quelle: SOEP

2) 19 Einkommen in Preisen von 2000, Äquivalenzgewichtung auf Basis der neuen OECD-Skala

## Durchschnittliche Entwicklung der Vorstandsbezüge, der Personalkosten und der Aktienkurse in 17 Dax-Unternehmen

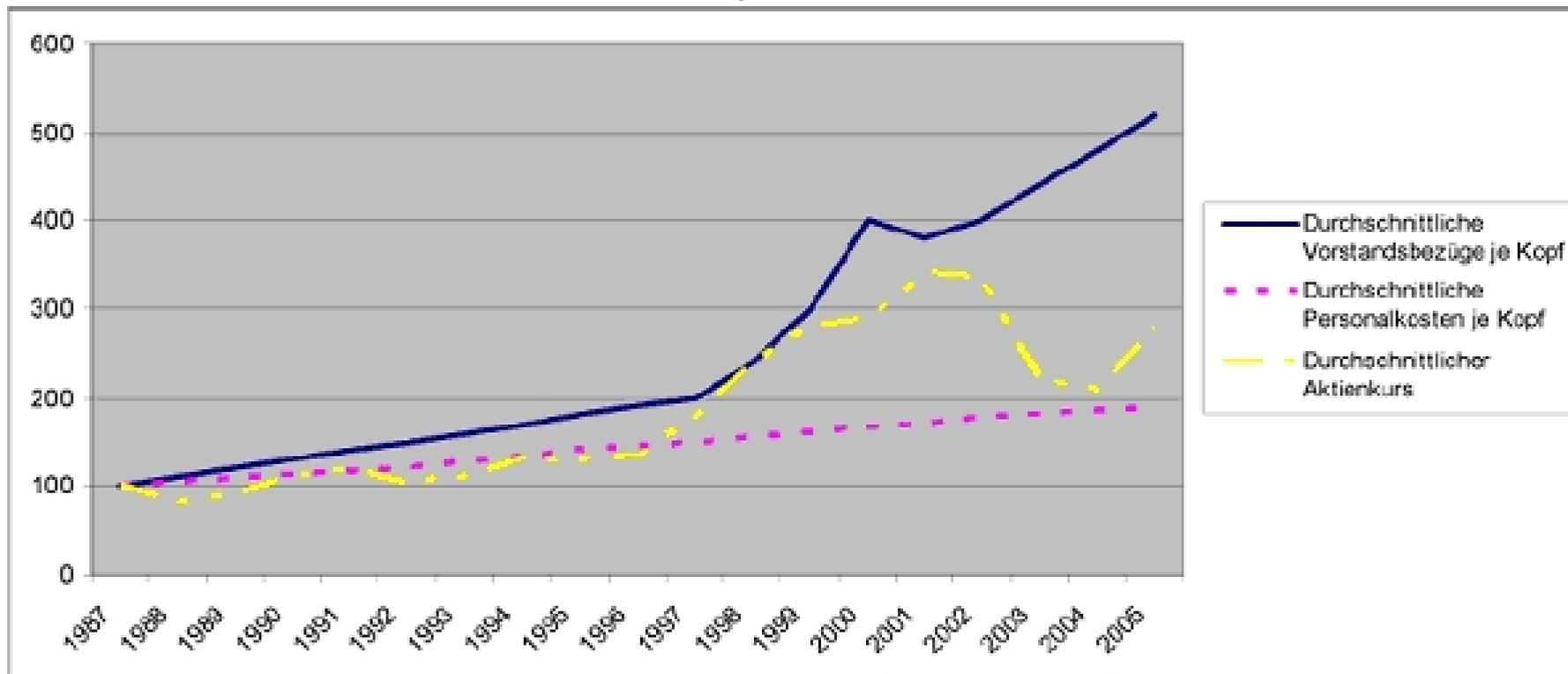


Abbildung 3: Schaubild II.4 (S. 30), Quelle: Schmidt, R./Schwalbach, J.: Zur Höhe und Dynamik der Vorstandsvergütung in Deutschland, ZfB Special Issue 1/2007, S. 111-122, Abbildung 1, S. 119.

# Verteilung der realen Nettoäquivalenzeinkommen auf die Bevölkerung

*Reale Bruttoeinkommen aus Vollzeitbeschäftigung  
insgesamt*

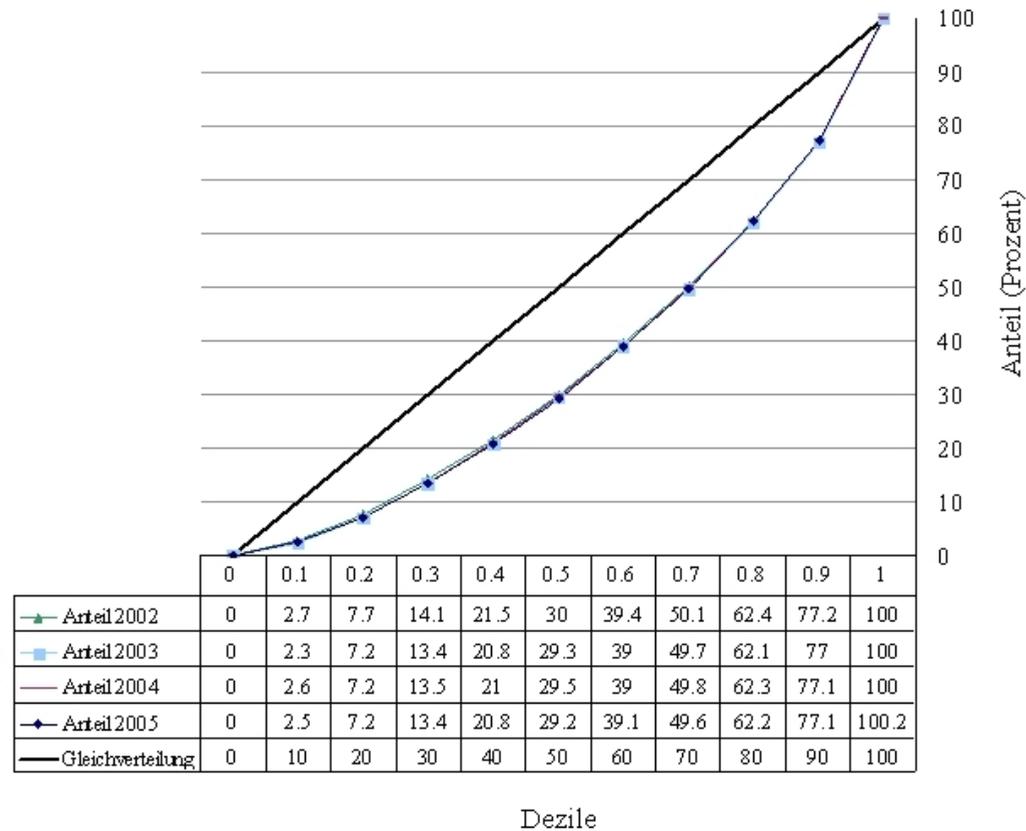


Abbildung 4: (vgl. Tabelle II.4 S. 19). Grafik: Julia Kopf

# Verteilung der realen Bruttoeinkommen aus unselbstständiger Arbeit der vollzeitbeschäftigten Arbeitnehmer/-innen

*Reale Bruttoeinkommen aus Vollzeitbeschäftigung insgesamt*

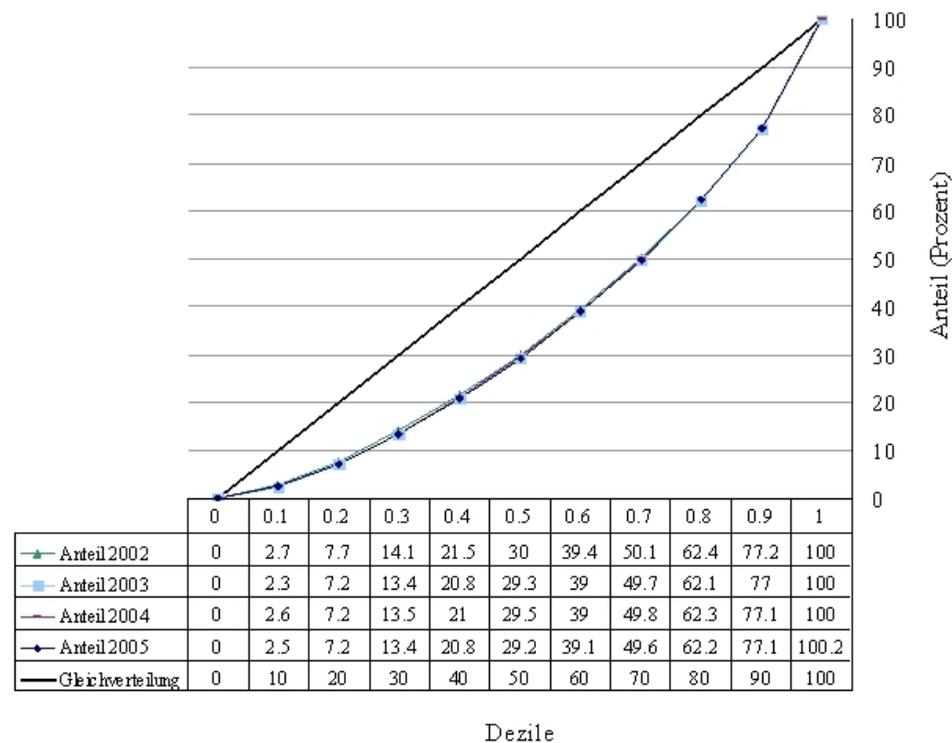


Abbildung 5: (vgl. Tabelle II.2 S. 14). Grafik: Julia Kopf

## Armutsrisikoquoten von Haushalten mit Kindern nach Erwerbsbeteiligung<sup>5</sup> 2005 in Prozent

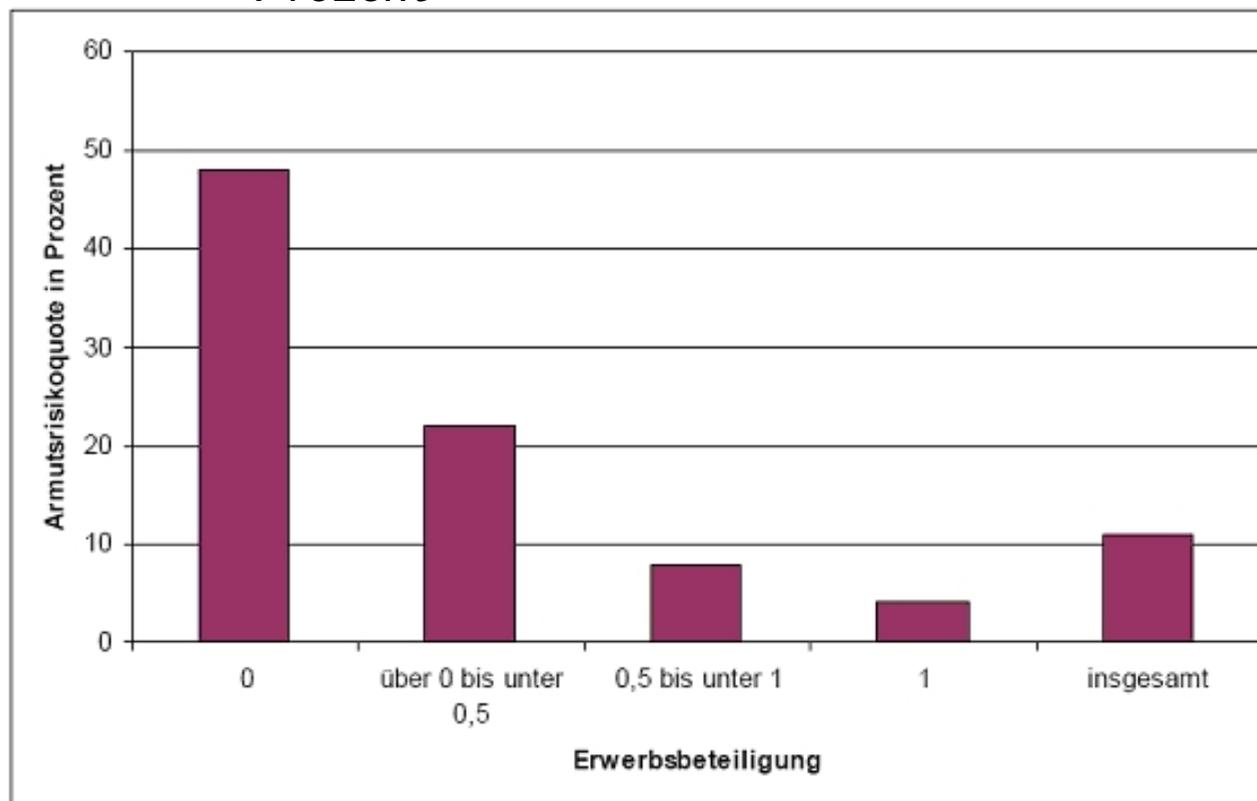


Abbildung 6: Schaubild 3 (S. XXII): Quelle: Eurostat 2008, EU-SILC 2006

- 3) Der Vollzeitbeschäftigung aller Haushaltsmitglieder im erwerbsfähigen Alter entspricht der Faktor 1. Bei einer Erwerbsbeteiligung von 0 geht kein Haushaltsmitglied im erwerbsfähigen Alter einer Beschäftigung nach. Bei 0,5 ist z. B. einer von zwei erwerbsfähigen Haushaltsmitgliedern vollzeiterwerbstätig oder beide halbtags.

## e2) Verringerung des Armutsrisikos durch Sozialtransfers

### Einkommensteueranteile 2007 in Prozent

	<b>Brutto- jahres- einkom- men in Euro</b>	<b>Durch- schnittlicher Grenz- steuersatz</b>	<b>Durch- schnitts- steuersatz</b>	<b>Durch- schnittlicher effektiver Steuersatz</b>	<b>Anteil am Einkom- mensteuer- aufkommen</b>
1. Dezil	1.679	-	-	-	-
2. Dezil	7.557	1,7	1,5	1,2	0,1
3. Dezil	12.921	10,1	3,2	2,4	0,6
4. Dezil	17.145	18,5	7,4	5,5	2,0
5. Dezil	21.083	22,1	11,0	8,4	3,8
6. Dezil	25.210	24,7	13,9	10,8	5,8
7. Dezil	29.565	27,2	16,3	13,1	8,3
8. Dezil	34.816	29,7	18,6	15,2	11,3
9. Dezil	42.982	32,8	21,0	17,8	16,4
10. Dezil	88.948	39,2	27,8	23,8	51,8

Abbildung 7: Tabelle II.3 (S. 16), Quelle: Simulationsrechnungen RWI und FiFo 2008  
0,16 % haben Einkünfte über 250.000 € (Spitzensteuersatz 45%)

## Reduktion des Armutsrisikos der Gesamtbevölkerung durch Sozialtransfers (2005)

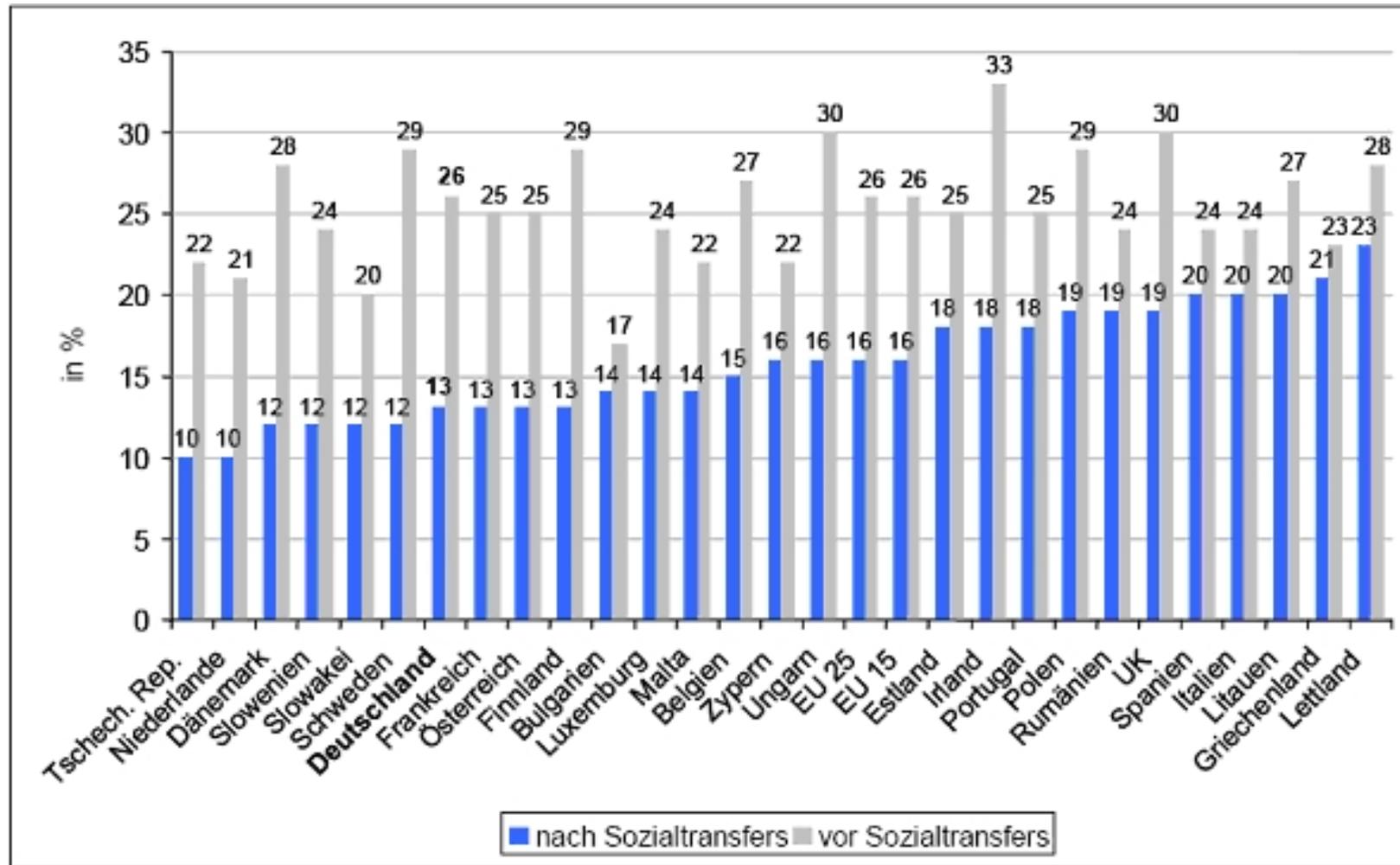


Abbildung 8: Schaubild 2 (S.XII), Quelle: EU-SILC 2006

### e3) „Bildung als Schlüssel zu Teilhabechancen“ (S.9)

- Erwerbstätigensquote 25-65 Jährigen:

- \* mit Hochschul-/ Fachhochschulabschluss: 85 %

- \* bei den Personen ohne berufsqualifizierten Abschluss: 53,5%.

„Die Bundesregierung setzt sich weiterhin dafür ein, mehr Jugendliche für ein Hochschulstudium zu gewinnen. Mit einem Studium steigen die beruflichen Erfolgsaussichten sowie die Verdienstmöglichkeiten, während das Risiko von Arbeitslosigkeit und Einkommensarmut sinkt. Gleichzeitig werden mehr Hochschulabsolventen benötigt, um einem zukünftigen Fachkräftemangel entgegenzuwirken.“ (S. XVIII).

- Hochschulabsolventen unter den 15 bis 65 Jährigen:

- 1996: 10,3%

- 2006: 12,6%.

- Bei jüngeren Frauen (30 bis 35 Jahre) deutlich:
  - 1996: 11,5%
  - 2006: 16,8%.

## Bildungsbeteiligung von Kindern nach akademischem Abschluss des Vaters