

1 Konzentrationsmessung

1.0 Vorbemerkungen

Konzentration: Ausmaß der Ballung von großen Anteilen an der gesamten Merkmalssumme auf wenige Einheiten.

Literatur

- Dittrich, C. (2008): Methoden zur statistischen Messung der Konzentrationsmessung - vergleichende Darstellung und Anwendung in Armutsstudien. Diplomarbeit am Institut für Statistik der Universität München.
- Fahrmeier, L. & Künstler, R. & Pigeot, I. & Tutz, G. (7. Auflage, 2010): Statistik: Der Weg zur Datenanalyse. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- Kleiber, C. (2000): Halbordnungen von Einkommensverteilungen. Vandenhoeck & Ruprecht. Göttingen.
- von der Lippe, P. (1993): Deskriptive Statistik. Gustav Fischer Verlag, Stuttgart.
<http://www.von-der-lippe.org>.

- Piesch, W. (1975): Statistische Konzentrationsmaße. Formale Eigenschaften und verteilungstheoretische Zusammenhänge. Mohr (Siebeck). Tübingen.
- Piesch, W. (2003): Ein Überblick über einige erweiterte Gini-Indices. Eigenschaften, Zusammenhänge, Interpretationen; Hohenheimer Diskussionsbeiträge 220/2003.
- Toutenburg, H., Heumann, C (7. Auflage 2009): Deskriptive Statistik. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- Wagschal, Uwe (1999): Statistik für Politikwissenschaftler. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, Oldenbourg.

Durchgängige Annahmen in Kapitel 1.1 und 1.2

- X sei ein verhältnisskaliertes Merkmal (mit Urliste x_1, \dots, x_n) und der Größe nach geordneten Ausprägungen a_1, \dots, a_k und h_1, \dots, h_k . Ferner seien f_1, \dots, f_k die zugehörigen absoluten bzw. relativen Häufigkeiten; die empirische Verteilungsfunktion werde mit $F_X(\cdot)$ oder $F(\cdot)$ bezeichnet.
- Zudem $x_i \geq 0$, für alle $i = 1, \dots, n$ und $\sum_{i=1}^n x_i > 0$ (d.h mindestens ein Wert ist von Null verschieden)
- Betrachtet werden die der Größe nach geordneten Daten:

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$$

(Achtung: Die Klammern im Index werden in der Literatur oft weggelassen (z.B in (Fahrmeir et al. (2010))); dann muss man vor dem Anwenden der dortigen Formeln die Daten ordnen. Allerdings wird auch hier angenommen, dass $a_1 < a_2 < \dots < a_k$ gilt, dass also diese Ausprägungen bereits geordnet sind.)

- Hier wird also zunächst deskriptiv/diskret gearbeitet. Der stetige Fall wird dann in Kapitel 1.3 betrachtet.

Warum überhaupt Konzentrationsmaße als eigenes Gebiet?

Bem. 1.1. [Zum Ungenügen der Varianz und des Variationskoeffizienten als (alleiniges) Maß für (relative) Konzentration]

Es gibt eine Unmenge an Konzentrations- und Ungleichheitsmaßen, z.B. Rinne (2003²) führt über 50 verschiedene Maße auf, hier natürlich nur Beschränkung auf ein paar wesentliche.

Im Folgenden wird öfter, um die Beschreibung nicht zu komplex werden zu lassen, von „reich“ und „arm“ gesprochen, auch wenn andere Merkmale als Einkommen und Vermögen betrachtet werden. Reich steht dann einfach für mit relativ großem Anteil an der Gesamtsumme (z.B. Umsatz, Stimmanteile (vgl. Lebensdaueranalyse: Tod)).

²Rinne, H (2003): Taschenbuch der Statistik. Frankfurt am Main.

Bem. 1.2. [*Typische Anforderungen an Konzentrationsmaße („Axiome“, Piesch (1975, S. 168 ff.))*]

a) *Unabhängigkeit von der Messkala:*

X und $a \cdot X$, $a > 0$ haben dieselbe Konzentration.

b) *Symmetrie:* Invarianz gegenüber der Permutation der Einheiten

c) *Stetigkeit:*

d) „*Verschiebungssprobe*“ (Umverteilungssensitivität, Robin-Hood Sensitivität): Bei Umverteilung von den „Reichen“ zu den „Armen“ soll die Konzentration sinken, sofern natürlich dadurch nicht die „Armen“ zu „Reichen“ werden.

e) *Normierung:* Wertebereich zwischen 0 und 1, am besten mit 0 und 1 als mögliche Werte.

Unterschiede zwischen relativer und absoluter Konzentration werden deutlich bei:

- f) Proportionalitätsprobe: Ersetzt man jeden Merkmalsträger mit Anteil v_i an der Gesamtsumme durch c gleichgroße Einheiten mit Anteil $\frac{v_i}{c}$, so soll sich ein relatives Konzentrationsmaß nicht ändern, ein absolutes Konzentrationsmaß verkleinern.
- g) Ergänzungsprobe: Nimmt man Einheiten mit Merkmalsausprägungen 0 dazu, so verändert sich ein absolutes Konzentrationsmaß nicht, ein relatives nimmt zu.