

**Aufgabe 1 (Der kluge Hans)** „Im Sommer 1904 konnte man in einem gepflasterten Hof im Norden Berlins einem außergewöhnlichen Spektakel beiwohnen. Inmitten von Mietskasernen demonstrierte der pensionierte Lehrer Wilhelm von Osten dort immer zur Mittagszeit die ungewöhnlichen Fähigkeiten seines Pferdes Hans. Hans konnte Bruchrechnen, die Leute zählen, Bilder erkennen, die Uhrzeit ablesen, hatte das absolute Musikgehör und den Kalender des gesamten Jahres im Kopf. Zeitungen auf der ganzen Welt berichteten über das Wunderpferd. [...] Da das Pferd nicht sprechen konnte, gab es seine Antworten, indem es mit dem Kopf nickte, ihn schüttelte oder mit dem Huf auf den Boden klopfte. [...] Auch die Wissenschaft wurde auf Hans aufmerksam. Angesehene Persönlichkeiten [...] waren von den Fähigkeiten von Hans derart überzeugt, dass die am 12. September 1904 ein seltsames Gutachten schrieben. Die Hans-Kommission, wie die dreizehn Unterzeichner genannt wurden, hielt fest, dass von Osten keine Tricks anwende. Weder bewusst noch unbewusst sollen Hans Tipps gegeben worden sein.“ (Aus Reto Schneider: „Das Buch der verrückten Experimente“ 2006, 63ff).

Oskar Pfungst, ein Assistent des Kommissionsleiters Carl Stumpf, untersuchte das Phänomen weiterführend. Dabei konnte er zeigen, dass der kluge Hans doch nicht zählen, rechnen etc. kann.

Welches typische Problem trat hier auf? Haben Sie eine Idee, wie Pfungst zu dem Resultat kam, dass das Pferd die Operationen nicht alleine durchführte?

**Aufgabe 2** Stoye<sup>1</sup> führt eine Sekundäranalyse folgender Daten zur Frage des Einflusses von Strafen und Justizsystem auf die wiederholte Delinquenz von Jugendlichen durch:

Rückfall \ Vollzug	offen	geschlossen
	nein	4774
ja	6977	1113

Im Detail handelt es sich um 13197 männliche Jugendliche, die vor ihrem 16. Lebensjahr in Utah wegen einer schweren Straftat (Verbrechen im Sinne des Erwachsenenstrafrechts) angeklagt und verurteilt wurden. Erfasst wurde die Art der der Bestrafung (offener versus geschlossener Vollzug) und ob die Jugendlichen innerhalb der nächsten 24 Monate nach der Bestrafung wieder mit dem Gesetz in Konflikt kamen (Rückfall ja/nein).

Welche inhaltlichen Folgerungen würden Sie aus den Daten ziehen? Überlegen Sie sich ein geeignetes statistisches Modell!

bitte wenden!

<sup>1</sup>Jörg Stoye: *Partial Identification and Robust Treatment Choice: An Application to Young Offenders*. In: *Journal of Statistical Theory and Practice*. Volume 3, No. 1, 2009, S. 239-254.

**Aufgabe 3** Untersucht werden soll eine i.i.d. Stichprobe  $\xi_1, \dots, \xi_n$ , eines latenten stochastischen Merkmals  $\xi$ . Beobachtet werden die zugehörigen Daten  $X_1, \dots, X_n$ , wobei für jedes  $i = 1, \dots, n$ , gilt:

$$X_i = \xi_i + \delta_i.$$

Der Messfehler  $\delta_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  erfülle – bis auf die Annahme  $\mathbb{E}(\delta_i) = 0$  für alle  $i$  – die Annahmen des Grundmodells der klassischen Testtheorie.

a) Sie wollen  $\mu := \mathbb{E}(\xi_i)$  schätzen.

Vergleichen Sie den sog. „naiven Schätzer“  $\bar{X} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  mit dem auf den unbeobachtbaren Daten beruhenden, fiktiven sog. „Benchmark-Schätzer“  $\bar{\xi} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i$  hinsichtlich Erwartungswert und Varianz!

b) Nun schätzen Sie  $\sigma^2 := \text{Var}(\xi_i)$  durch  $S_{\bar{X}, \text{ML}}^2 := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ .

Berechnen Sie den Erwartungswert und den Bias von  $S_{\bar{X}, \text{ML}}^2$ .

c) Sammeln Sie Ideen, wie man das Grundmodells der klassischen Testtheorie adaptieren könnte, wenn man von Interviewer-spezifischen Messfehlern ausgeht!

**Aufgabe 4** Liegen für jede latente Variable  $\xi_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  zwei Messungen  $X_{i1}$  und  $X_{i2}$  vor, deren Messfehler den Annahmen des Grundmodells der klassischen Testtheorie gehorchen und die voneinander unabhängig sind, so kann man die Varianz des Messfehlers schätzen. Leiten Sie einen geeigneten Schätzer her!