Aufgabe 1 Veranschaulichen Sie sich die Beziehung (1.8) basierend auf der Formel (1.6) graphisch in einfachen Situationen, z.B. anhand einer Zufallsvariable X mit Träger [0,2] und stückweise linearer Verteilungsfunktion durch die Punkte $(0,0),(1,0.25),(2,1)$!

Aufgabe 2 Man beweise die Beziehungen (1.5) und (1.6), sowie (1.7) und (1.8) und (1.9)!

Aufgabe 3 Gegeben sei eine Zufallsvariable X mit Träger $[0,b]$ und Verteilungsfunktion

$$F(x) = b^{-\frac{1}{c-1}} \cdot x^{\frac{1}{c-1}},\ x \in [0,\ b],\ c \in \mathbb{N},\ c > 2.$$

a) Berechnen Sie mit $F(x)$ den Erwartungswert $\mathbb{E}X = \frac{1}{c}b$.

b) Bestimmen Sie die Quantilsfunktion! ($Q(\alpha) = b \cdot \alpha^{c-1}$)

c) Zeigen Sie, dass die Lorenzkurve (sowohl $L(x) = F(x)^c$ als auch) $L(\alpha) = \alpha^c$ genügt!

d) Skizzieren Sie typische Lorenzkurven, die sich aus dieser Verteilungsfamilie ergeben! Zeigen Sie, dass die Lorenzkurven dieser Familie „direkt vergleichbar“ sind, dass also eine Lorenzordnung vorherrscht!

e) Bestimmen Sie den (stetigen) Robin-Hood-Index!

f) Bestimmen Sie (im Sinne einer natürlichen Verallgemeineung) zu Kapitel 1.1.4. das stetige Dezilsverhältnis!