

---

## Probeklausur zur Vorlesung Statistik II für Studierende der Soziologie und Nebenfachstudierende im Sommersemester 2012

Prof. Dr. H. Küchenhoff, J. Brandt, G. Schollmeyer, G. Walter

---

### Aufgabe 1

- (e) Berechnen Sie ein Konfidenzintervall zum Sicherheitsgrad von 95% für den Parameter zur Variable Jahresgehalt.

$$[\hat{\beta}_{\text{Jahresgehalt}} \pm t_{\frac{1+\gamma}{2}}^{(n-p-1)} \cdot s_{\hat{\beta}_{\text{Jahresgehalt}}}] = [0.329 \pm t_{0.975}^{(695)} \cdot 0.152] \approx [0.0306; 0.6274]$$

### Aufgabe 2

$F$ : Student isst Fast-Food

$W$ : Student ist weiblich

- (b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein zufällig ausgewählter Student nicht regelmäßig von Fast-Food ernährt?

$$P(\bar{F}) = 0.56 \cdot 0.55 + 0.44 \cdot 0.39 = 0.48$$

- (c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Student, der sich nicht regelmäßig von Fast-Food ernährt, weiblich ist?

$$P(W | \bar{F}) = \frac{P(W \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} = \frac{0.56 \cdot 0.55}{0.48} \approx 0.64$$

- (d) Kann man mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0.05 nachweisen, dass der Anteil für regelmäßigen Fast-Food-Konsum unter den Männern höher ist als unter den Frauen?

Test auf Differenz von Anteilen bei unabhängigen Stichproben ( $m, n \geq 30$ )

$p_X$ : Anteil für Fast-Food bei Männern

$p_Y$ : Anteil für Fast-Food bei Frauen

Testgröße  $R_X - R_Y = 0.21$

Annahmebereich für  $H_0: p_X - p_Y \leq 0$ :

$$(-\text{inf}, z_{1-\alpha} \cdot s_r] = (-\text{inf}, 0.1160]$$

$\Rightarrow H_0$  ablehnen

**Aufgabe 3**

(a) Geben Sie die gemeinsame Verteilung von  $X$  und  $Y$  an (z.B. in einer Kontingenztafel).

$X \setminus Y$	0	1	
0	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$
1	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	1

(b) Welche Ausprägungen hat die aus  $X$  und  $Y$  konstruierte Zufallsvariable  $Z = X \cdot Y$ ?

$X$	$Y$	$\rightarrow$	$Z$
0	0		0
0	1		0
1	0		0
1	1		1

$\Rightarrow$  Ausprägungen 0, 1.

(c) Welchem Verteilungsmodell entspricht die Verteilung von  $Z$ ?

$Z$  folgt einer Bernoulliiverteilung, d.h. einer Binomialverteilung mit  $n = 1$ .

(d) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Zufallsvariablen  $Z$ .

$$E(Z) = \frac{3}{8} \quad \text{Var}(Z) \approx 0.23$$

**Aufgabe 4**

(a) Vervollständigen Sie die Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten.

		i+1			
		$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
i	$a_1$	0	0.2	0.4	0.4
	$a_2$	0	0.2	0.6	0.2
	$a_3$	0	0.3	0	0.7
	$a_4$	0	0	0	1

(c) Berechnen Sie  $P(A_{i+2,4} \mid A_{i,1})$ , d.h. die Wahrscheinlichkeit, in zwei Schritten von Zustand  $a_1$  zum Zustand  $a_4$  zu gelangen.

$$P(A_{i+2,4} \mid A_{i,1}) = 0.72$$

### Aufgabe 8

Einseitiger Test auf Anteilswert ( $np_0(1 - p_0) = 12.5 > 9$ )

$p$  Anteil der richtigen Beurteilungen der Lady

Testgröße  $R = 0.6$

Annahmebereich für  $H_0 : p \leq 0.5$ :

$$\left( -\inf, z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right] = (-\inf, 0.6163]$$

$\implies H_0$  beibehalten

### Aufgabe 9

- (a) In der Stichprobe wurden  $n = 500$  Personen befragt, von denen 200 angaben, dass ihnen das Getränk schmecke. Berechnen Sie ein Konfidenzintervall zum Sicherheitsniveau  $\gamma = 95\%$  für den Anteil der Personen in Deutschland, denen das Getränk schmeckt, und interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

$$\left[ R \pm z_{\frac{1+\gamma}{2}} \cdot \sqrt{\frac{R(1-R)}{n}} \right] = [0.3571, 0.4429]$$

- (b) Dem Chef der Firma ist das angegebene Intervall nicht genau genug (d.h. die Länge des Intervalls ist ihm zu groß). Wie groß hätte der Stichprobenumfang sein müssen, um bei gleichem Sicherheitsniveau  $\gamma = 0.95$  eine maximale Genauigkeit von 0.005 zu erhalten?

Im ungünstigsten Fall für die Stichprobenberechnung ist  $R = 0.5$ , denn dann wird der Ausdruck  $R(1 - R)$  maximal. Also  $R = 0.5$  einsetzen.

$$\begin{aligned} n &\geq \frac{1}{g^2} (z_{\frac{1+\gamma}{2}})^2 \cdot R(1 - R) \\ &= 38414.59 \end{aligned}$$

$\implies$  man müsste mindestens 38 415 Personen befragen